
5
9
276





DISSERTATION

SUR

L'ESTIMATION

ET LA MESURE

DES

FORCES MOTRICES

DES CORPS.

Par M. DE MAIRAN, *Secretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences, &c.*

NOUVELLE EDITION.

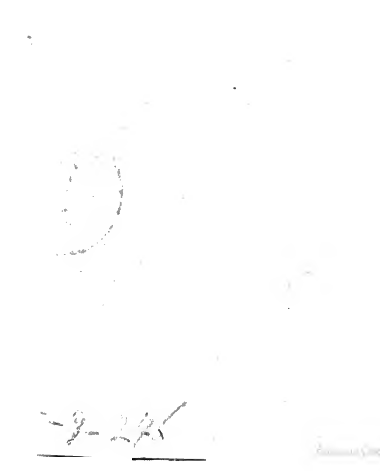


A PARIS,

Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.



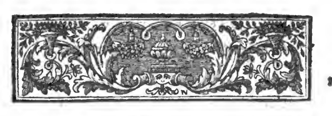
AVERTISSEMENT
DU
LIBRAIRE.

CETTE *Dissertation a été réimprimée par les soins de M. l'Abbé Deidier, & avec le consentement de M. de Mairan, telle qu'on la trouve dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences année* 1728. *On en verra les raisons à la tête d'une nouvelle Dissertation de M. l'Abbé Deidier sur la même matiere, qui doit paroître avec celle-ci; ces deux Ouvra-*

ges ſe vendront enſemble, ou ſéparément, au choix de l'acheteur.







DISSERTATION
SUR
L'ESTIMATION
ET LA MESURE
DES
FORCES MOTRICES
DES CORPS.



L semble que la Physique ne sçauroit si peu se mêler aux Mathematiques, qu'elle n'y porte le doute & l'incertitude, qui lui sont propres. La mesure des *Forces Motrices* des corps est sans doute une Question des plus importantes, & l'un des premiers principes sur quoi roule

Lû à l'Academie le 14. Avril 1728.

toute la Théorie du Mouvement, & des Mechaniques. On sçait cependant combien les plus grands Geometres se trouvent aujourd'huy partagés sur cette matiere : les uns faisant la Force toûjours proportionnelle à la vîtesse du corps en mouvement, & les autres au quarré de cette même vîtesse. J'avoue que ni la diversité de leurs sentimens soutenus de part & d'autre avec beaucoup de sçavoir, ni la difficulté de la Question, ne m'ont point découragé, & qu'au contraire, plus sensible, à l'esperance de réüssir, qu'à la honte de succomber après eux, j'ai voulu tâcher enfin de sçavoir par moi-même à quoi m'en tenir sur le sujet de leurs disputes. J'y ai donc medité avec toute l'attention dont je suis capable, & j'y ai medité long-temps avant que de prendre la plume. C'est aux personnes qui me font l'honneur de m'écouter à juger du succès de cette recherche. Je vais les conduire par le même chemin que j'ai tenu, & leur donner mes réflexions dans l'ordre à

peu près qu'elles se sont présentées à mon esprit.

I.

Ce qu'on entend ici par Force, *&* Mouvement; *& de la mesure de la Force dans les Mouvemens uniformes.*

1. Je ne pretens point traiter en Metaphysicien de la Force des corps, ni examiner, si nous en avons une idée claire & parfaite, ou une idée confuse & imparfaite. C'est principalement de l'usage qu'en ont fait les Geometres dans la Mechanique, & des effets sensibles qu'on lui attribuë, que je tire l'idée de la Force sur laquelle je vais raisonner.

2. L'effet le plus universellement reconnu de la Force, en tant qu'appliquée aux corps, ou en tant qu'on imagine qu'elle y reside après y avoir été appliquée, c'est le Mouvement; autre espece d'Etre dont j'écarte encore toute notion Metaphysique, &

arbitraire, pour m'arrêter d'abord uniquement à celle qui fait l'objet des Geometres, & la matiere de leurs calculs. Force, & Mouvement ne sont ici que des grandeurs susceptibles de plus & de moins, & par là toûjours relatives à quelque terme, qui leur doit servir de commune mesure.

3. La Force appliquée à un corps que rien n'empêche de se mouvoir, y produit donc du Mouvement, ou, ce qui est la même chose, de ce que je conçois un corps en Mouvement, je conçois une Force qui le fait mouvoir. Ce Mouvement peut, comme on sçait, être uniforme, ou non uniforme, c'est-à-dire, acceleré ou retardé. Comme uniforme il ne sçauroit jamais nous indiquer d'autre mesure de la Force qui le produit, que la simple vîtesse du Mobile multipliée par sa masse. Car par où mesurer une Force, si ce n'est par ses effets? mais ses effets ne sont ici que des espaces égaux parcourus en temps égaux, selon la proprieté des

Mouvemens uniformes, & la vîtesse elle-même, n'est autre chose que l'espace divisé par le temps. Donc en deux Mobiles égaux *A*, & *B*, mus uniformément avec des Forces inégales, on ne peut assigner d'autre rapport à ces Forces entre elles, que celui des espaces parcourus par les deux Mobiles en temps égaux, ou ce qui est la même chose, que celui de leurs vîtesses. Les Mouvemens uniformes, tant qu'ils demeurent tels, & que la Force qui les produit ne s'éxerce contre aucun obstacle, nous donnant donc toûjours cette Force en raison de la simple vîtesse, ils ne sçauroient servir à decider la question dont il s'agit, ou plûtôt il est clair qu'ils la decideroient absolument en faveur de l'opinion commune.

4. Comme la quantité de Mouvement n'a de même d'autre mesure que l'espace divisé par le temps, il n'est pas moins certain que dans les Mouvemens uniformes, on aura toûjours ces trois choses proportionnel-

les, Forces, Vîteſſes, & Mouvement.

5. Cependant on pourroit concevoir la quantité de Mouvement d'une autre maniere, qui ne differe pas beaucoup de celle qu'on employe à la meſure des Forces, dans l'hypotheſe qui les fait proportionnelles aux quarrés de vîteſſes. Sçavoir, en la faiſant tantôt plus petite, & tantôt plus grande, ſans rien changer à la valeur de la Force Motrice, & en imaginant ſeulement que cette Force eſt appliquée plus ou moins de temps au Mobile avant la rencontre de quelque obſtacle qui l'arrête. Par exemple, ſi deux corps *A*, & *B*, de même maſſe, ſe meuvent uniformément avec la même Force, & avec la même vîteſſe, mais avec cette difference que l'un ne ſe meut qu'une heure, & que l'autre ſe meut deux heures; on pourra dire, en un ſens, qu'ils ont eu deux quantités différentes de Mouvement, & en raiſon de 1 à 2.

6. Mais on voit bien que cette expreſſion de la quantité de Mouve-

ment en un, ou en deux Mobiles, ne sçauroit nous donner aucune idée de la Force Motrice primitive, & ne nous indique que sa durée différente dans le même Mobile, ou dans les deux. Ou, si elle nous peut donner la valeur de la Force, ce ne sera jamais que l'égalité, ou la même valeur; puisque, par hypothese, elle n'est pas différente; quoiqu'il y ait eu, en un sens, deux différentes quantités de Mouvement dans la Nature. C'est que lorsqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement; & l'on ne sçauroit trop insister ici sur cette consideration, toute simple qu'elle est; c'est dis-je, que lorsqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement, & de la quantité de ce Mouvement, on ne prétend parler que de ce qu'il a de Force, ou de Mouvement dans un temps actuel quelconque, & indépendamment de la durée de cette Force, & de ce Mouvement avant ou après le temps qu'on a fixé pour les considerer. C'est du fonds de cette idée, ou de cette espe-

ce de convention tacite que ſont priſes les Formules ordinaires des Mouvemens. Car toute comparaiſon ſuppoſe une commune meſure. Lorſqu'il s'agit de ſçavoir quel eſt le rapport de deux Forces ou de deux quantités de Mouvement, il faut neceſſairement ſuppoſer égaux, ou les eſpaces, ou le temps, ou un rapport conſtant entre les eſpaces, ou entre les temps, qui revient au même que l'égalité. C'eſt par là que deux toiſes parcouruës en deux ſecondes donnent la même quantité de Mouvement, & la même Force, qu'une toiſe parcouruë en une ſeconde. Sans cela l'eſpace parcouru plus ou moins grand n'eſt que l'effet, ou la ſomme de toutes les Forces, & de toutes les vîteſſes ajoûtées l'une à l'autre d'inſtant en inſtant, ou plûtôt de la même Force, ou de la même vîteſſe primitive ajoûtée à elle-même, & repetée autant de fois qu'on voudra imaginer d'inſtans. En un mot la circonſtance, & la limitation commune du temps ſont abſolument neceſ-

ſaires pour ſe faire une idée diſtincte, & numerique de ces grandeurs; & toute autre maniere de les conſiderer ſort de l'hypotheſe, ne nous apprend rien, & ne ſert qu'à embarraſſer la matiere.

7. Le choc des corps infiniment durs & infléxibles n'apporte aucun changement à l'évaluation des Forces Motrices que fournit le Mouvement uniforme; parce que ce choc, & la communication de Mouvement qui en reſulte, ſont inſtantanées, & par là ne détruiſent point, ou ne ſuſpendent pas même l'uniformité du Mouvement. Ils ne font qu'en changer la vîteſſe après le choc, en répandant, comme on ſçait, la même Force ſur une plus grande maſſe, ou ſur un plus grand nombre de maſſes, ſçavoir ſur celle du Mobile, & ſur celles des corps de même Nature, qu'il rencontre ſur ſon chemin, & avec leſquels il continuë de ſe mouvoir uniformément, mais avec une moindre vîteſſe en raiſon inverſe des maſſes. Auſſi les Autheurs les plus celebres qui ont

écrit de l'Eſtimation des Forces contre l'opinion commune de leur proportionnalité avec les vîteſſes, ont-ils abſolument refuſé de raiſonner ſur la communication du Mouvement entre des corps ſuppoſés infiniment durs & infléxibles, ou ils ont été contraints, quand ils en ont admis l'hypotheſe, d'en déduire les mêmes Regles de Mouvement, & la même Eſtimation de Forces que dans l'opinion commune.

Nous voilà donc juſqu'à préſent conduits par les principes les moins conteſtés, & par l'Analyſe la plus ſimple à l'Eſtimation des Forces Motrices des corps en raiſon de vîteſſes. Voyons ce que ces mêmes principes, & une ſemblable methode nous donneront dans les Mouvemens retardés & accelerés, & dans le choc des corps mous, fléxibles, ou à reſſort.

II.

De la mesure des Forces dans les Mouvemens retardés ou accelerés. Raisons de douter, difficultés & experiences en faveur de l'opinion de Forces Vives.

8. Sans éxaminer si l'on est fondé à refuser dans la question des Forces, d'admettre du moins par voye d'hypothese, le choc des corps infiniment durs, & les conséquences qui s'en déduisent, nous conviendrons que ces corps, non plus que le Mouvement parfaitement uniforme, & le milieu sans resistance ou le vuide absolu dans lequel on les imagine, ne représentent point la Nature telle qu'elle est, qu'ils n'éxistent pas, ou ne peuvent peut-être pas même éxister : c'est une pure fiction. La communication subite & instantanée, qui en est une suite, n'éxiste pas davantage. Il y a dans la plûpart des

corps une proprieté, qui eſt ce qu'on appelle le reſſort où la vertu élaſtique, qui agit par la compreſſion, & par la reſtitution de leurs parties déplacées par le choc, & qui n'agit que dans un temps fini, & par une ſuite d'impulſions ou d'impreſſions ſucceſſives. Or quelque penchant que nous ayons à croire toûjours la conduite de la Nature uniforme, quelque apparence qu'il y ait que les ſuppoſitions, & les abſtractions précédentes ne changent rien à l'Analogie qui doit regner dans ſes effets, & qu'elles ne ſont au contraire qu'en rendre l'éxamen plus ſimple, & plus ſûr, nous devons cependant nous arrêter ici, & voir ſi la Force réellement éxercée par la colliſion mutuelle des corps les uns contre les autres, ne nous découvre point en elle quelque degré d'activité, que nous n'y avons point apperçû, qui y étoit caché, ou qui ne pouvoit entrer dans l'hypotheſe feinte des corps infléxibles. Je puis donc douter ſi les Forces Motrices des corps ſont comme les vîteſ-
ſes

ſes ſimplement, ou comme quelque puiſſance ou quelque fonction des vîteſſes, & je dois d'ailleurs en douter, ſçachant que des Geometres du premier ordre ſoutiennent qu'elles ſont comme les quarrés des vîteſſes.

9. Ces Geometres ont donc diſtingué deux ſortes de Forces dans les corps, & ils les ont appellées *Forces Mortes*, & *Forces Vives.* Voici l'idée qu'ils nous en donnent. La Force Morte eſt celle que reçoit un corps ſans Mouvement, lorſqu'il eſt ſollicité & preſſé de ſe mouvoir, ou de ſe mouvoir plus ou moins vîte, lorſqu'il eſt déja en Mouvement; c'eſt un ſimple effort, qui ſubſiſte malgré l'obſtacle étranger qui l'empêche à tout moment de produire un Mouvement local dans les corps ſur leſquels il ſe deploye. Tel eſt par exemple, l'effort inſtantané de la Peſanteur. Un corps peſant ſoutenu par une table horiſontale fait un effort continuel pour deſcendre, & il deſcendroit effectivement, ſi la table ne lui oppoſoit un obſtacle qui le re-

tient. Ainsi la Pesanteur produit une *Force Morte* dans les corps, dont l'effet n'est que momentané. Il en est de même du choc, ou plûtôt de la pression de tout fluide, qui pousse une surface qui lui resiste. Or la Nature ou la quantité de la Force Morte est, dit-on, la simple vîtesse multipliée par la masse.

10. La *Force Vive*, au contraire est celle qui réside dans un corps lorsqu'il est dans un Mouvement actuel. C'est cette Force qu'on fait proportionnelle au quarré de la vîtesse. Mais il faut que la Force Vive soit actuellement éxercée dans la communication du Mouvement, & pendant un temps fini pour se manifester, & pour se montrer proportionnelle au quarré de la vîtesse. Elle devient par là toute différente de la Force Morte, &, en un sens, de celle que nous avons considerée dans le choc des corps infiniment durs. Elle ne peut ni naître ni périr en un instant, il faut plus ou moins de temps pour la produire, ou pour la détruire dans un

corps ; car il eſt évident que nul choc, nulle communication de Mouvement n'eſt inſtantanée ; & c'eſt dans cette production & cette perte reciproques & ſucceſſives de Forces, que conſiſte le choc, & la communication du Mouvement dans la Nature.

Nous admettons cette Théorie ſans admettre la conſéquence qu'on en tire ſur la meſure des Forces, ou plûtôt, nous ſuſpendrons d'abord notre jugement pour l'éxaminer. Cependant nous ne nous ſervirons du nom de *Forces Vives*, dans la ſuite de ce Memoire, que pour déſigner cette opinion, qui fait les Forces Motrices des corps proportionnelles aux quarrés de leurs viteſſes.

11. Puiſque c'eſt à la conſideration de la Nature telle qu'elle eſt réellement, ou qu'elle nous paroît dans ſes Phénomenes, qu'on doit l'idée des Forces Vives, c'eſt aux expériences à juſtifier les Forces Vives. La premiere expérience qui y ait donné lieu, & la ſeule ſur laquelle ſemble

ſe fonder *M. Leibnits*, inventeur de ces Forces, eſt priſe de l'effet le plus commun, & le plus généralement reçu des Mouvemens accelerés, ou retardés; & il eſt vrai que bien entenduë, elle ſuffit, & eſt équivalente à toutes les autres. Tout corps qui tombe, acquiert en tombant des degrés de vîteſſe, qui ſont comme les temps, tandis que les hauteurs ou les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des temps, & des vîteſſes. Si l'on conſidere ce corps en un inſtant quelconque de ſa chûte, & qu'on ſuppoſe qu'il ſoit repouſſé en enhaut avec la Force acquiſe, & la vîteſſe actuelle qu'il a dans cet inſtant, il eſt évident, & perſonne n'en diſconvient, qu'il remontera à la même hauteur d'où il avoit commencé de deſcendre, & dans un temps égal à celui qu'il avoit employé à deſcendre; & tout cela en vertu d'une certaine Force qui lui eſt imprimée. Or quelle meſure plus naturelle pourroit-on aſſigner de la quantité de cette Force, que l'eſpace qu'elle eſt ca-

pable de faire parcourir au corps sur lequel elle se deploye ? Mais cet espace est comme le quarré de la vîtesse, il est quadruple par rapport à un autre, tandis que la vîtesse n'est que double. Donc, conclud-on, les Forces qui resident dans les corps en Mouvement, sont comme les quarrés de leurs vîtesses.

12. Les déplacemens de matiere, les enfoncemens, les applatissemens de parties faits dans les corps mous, en vertu de la Force, & de la vîtesse du Mobile acquise en tombant, gardent encore la même Analogie. On prend des boules de même grosseur, & de différent poids. On les laisse tomber sur de l'argile ou sur du suif, de différentes hauteurs, qui sont entre elles comme leurs poids, & les boules font toûjours sur l'argile des impressions & des enfoncemens parfaitement égaux. Leurs masses multipliées par leurs vîtesses, qui ne sont que les racines des hauteurs, ne donneroient pas cependant des produits égaux. Il faut donc multiplier leurs

maſſes par leurs hauteurs, ou par les quarrés de leurs vîteſſes, pour avoir des produits égaux, comme ces enfoncemens & ces déplacemens de matiere. D'où l'on conclut que les Forces qui les produiſent ſont entre elles comme les quarrés des vîteſſes. Ce ſera la même choſe ſi l'on ſe ſert d'une ſeule boule; on aura des enfoncemens inégaux en raiſon des hauteurs ou des quarrés des vîteſſes acquiſes.

13. Le même effet doit encore ſe montrer dans le choc des corps élaſtiques, l'applatiſſement de leurs fibres ou de leurs reſſorts, en vertu du choc occaſionné par leur chûte de différentes hauteurs, doit ſuivre le même rapport des hauteurs, ou des quarrés des vîteſſes acquiſes en tombant de ces hauteurs; & c'eſt ce qui arrive en effet, & qu'on éprouve en laiſſant tomber une boule d'ivoire, ou d'acier ſur une table de marbre couverte d'un peu de pouſſiere, ou enduite d'une legere couche de cire, ou de ſuif. Car les impreſſions faites

ſur cette table ſeront toûjours, ou égales, ſi les hauteurs des chûtes ſont réciproquement comme les peſanteurs des différentes boules, ou inégales en raiſon des hauteurs ou des quarrés de la vîteſſe, ſi l'on n'y employe que la même boule. Il n'eſt pas queſtion de revoquer ici en doute aucun de ces faits, nous les tenons de perſonnes auſſi intelligentes, que pratiques à réduire en expériences la Phyſique la plus delicate. * Et je montrerai d'ailleurs qu'ils ſont une ſuite néceſſaire de la Théorie des Forces la plus inconteſtable. Voyons préſentement ſi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives coule de la même ſource, & ſi nous devons l'admettre.

* *Polenus*, de Caſtellis per quæ, &c. N. 115. 116. &c. *'sGraveſande.* Eſſai d'une nouvelle Théorie ſur le choc des corps. N. 36. &c. Dans le Journ. Litter. de la Haye. Tome 12.



III.

Réponse aux difficultés, & aux expériences qui paroissent favorables aux Forces Vives.

14. Si un corps de même masse qu'un autre, & avec deux dégrés de vîtesse, est en état de remonter à une hauteur quadruple de celle où remonteroit celui qui n'a qu'un degré de vîtesse, ou de déplacer par son choc quatre fois plus de matière ; ne faut-il pas conclure que sa Force est quadruple de celle de l'autre, ou en raison du quarré de la vîtesse ? les effets ne sont-ils pas toûjours proportionnels à leurs causes, & y a-t-il ici d'autre cause de l'ascension du corps, ou du déplacement de parties, qu'il produit par son impétuosité & par son choc, que la Force qui lui est imprimée, celle-là même qui s'y consume ? oüi sans doute, il n'y a point ici d'autre cause de tout ce que fait

fait le corps en Mouvement, que la Force qui lui procure le Mouvement. Il n'eſt pas moins vrai auſſi que ces effets doivent être proportionnels à leur cauſe. Mais n'oublions pas en même-temps le grand principe, que qui dit proportion ſous-entend commune meſure. Cette commune meſure eſt le temps ; du moins puis-je prendre le temps, ou des temps égaux, pour terme de la commune meſure des deux Forces que je compare. Or cela poſé, je ne trouve dans les effets du corps qui a deux fois plus de vîteſſe, qu'un effet double, & non quadruple, un double eſpace parcouru, & un double déplacement de matiere en des temps égaux. D'où je conclus par le principe même de la proportionnalité des effets avec leurs cauſes, que la Force Motrice n'eſt que double & non quadruple, comme la ſimple vîteſſe, & non comme le quarré de la vîteſſe.

15. Que l'effet total ne ſoit quadruple qu'en un temps double, c'eſt ce qui ne ſouffre aucune difficulté à

l'égard de l'espace parcouru, ou du corps qui tombe, & qui a acquis par sa chûte deux dégrés de vîtesse, ou qui remonte par la même vîtesse acquise. Pour s'en convaincre plus parfaitement, il n'y a qu'à réduire le Mouvement acceleré en uniforme, comme a fait M. de *Fontenelle* d'après M. le Chevalier de *Louville*, dans

* pag. 83. l'Histoire de l'Académie 1721.* car comme on sçait que les espaces parcourus uniformément, en vertu de la vîtesse acquise par l'acceleration, seroient doubles de ceux que l'acceleration avoit fait parcourir, il suit que le corps qui remonte avec 1 de vîtesse pendant 1 seconde, par éxemple, & qui ne parcourt que 1 toise à cause du retardement, en parcourroit 2, si son Mouvement avoit été d'abord uniforme; & que le même corps poussé avec 2 de vîtesse, & qui par là auroit parcouru 4 toises en 1 seconde, en parcourra 8 en 2 secondes, en vertu de la même vîtesse, & du Mouvement uniforme. D'où il suit qu'en comparant les deux Mou-

vemens en des temps égaux, on ne trouve dans chaque seconde que 2 toises parcouruës par le corps qui avoit 1 dégré de vîtesse, & 4 toises par le corps qui en avoit 2 dégrés. Ainsi les Forces Motrices dont la quantité seroit mesurée par la longueur de ces espaces, ne peuvent être entre elles que comme leurs racines, ou comme les simples vîtesses.

16. Cette reduction du Mouvement acceleré en uniforme fait voir leur analogie, & ne peut apporter ici aucune erreur. Elle ne peut rien changer à la quantité de Force qui réside dans un corps à l'instant où il va se mouvoir, quel que doive être ce Mouvement, ou retardé ou uniforme. Car en imaginant la Force Motrice toûjours la même, il ne s'agit pour rendre uniforme le Mouvement qu'elle alloit produire, ou que l'on considere dans cet instant, que d'ôter les résistances, les impulsions de la pesanteur, par exemple, ou les obstacles quelconques, qui pouvoient l'arrêter sur son chemin, ou

la consumer peu à peu. Comme au contraire pour rendre ce Mouvement retardé d'uniforme qu'il alloit être, il ne faut qu'y introduire ces mêmes obstacles ou résistances. Ce qui est tout-à-fait étranger à la force que l'on cherche à connoître, & ne sçauroit par conséquent rien ôter ni ajoûter à la mesure de sa quantité considerée en elle-même.

17. Il ne faut qu'un peu d'attention pour voir que tout ce qui vient d'être dit des espaces parcourus en raison des quarrés de la vîtesse acquise, est applicable aux déplacemens de matiere, aux enfoncemens, & aux applatissemens, qui suivent le rapport des mêmes quarrés, & qui font le sujet des expériences des N°. 12. & 13. Car il est évident que la vîtesse acquise par la chûte, & éteinte ensuite peu à peu par les résistances successives des parties de l'argile, ou des fibres élastiques du corps à ressort, à mesure que le Mobile déplace les unes & les autres, ou qu'il en change la figure, il est, dis-je, évi-

dent, que tout cela se doit faire par des dégrés tout-à-fait analogues à ceux de l'accéleration, ou du retardement; que la vîtesse double, par exemple, doit être deux fois plus de temps à périr que la vîtesse simple, & que, puisque en qualité de vîtesse double, elle doit agir doublement à chaque moment, son effet doit être quadruple en un temps double. Et il faut prendre garde, que si ces mêmes parties de l'argile, ou ces mêmes fibres élastiques enfoncées, ou applaties reprenoient leur place, ou leurs figures, avec les mêmes vîtesses qui les en a tirées, & que de passives qu'elles étoient, elles devinssent actives à l'égard du même Mobile, il n'y a pas de doute qu'elles ne le repoussassent à la même hauteur & au même point d'où il étoit tombé. De sorte que si l'on imagine une ligne *AB*, menée du premier point, *A*, de la chûte, jusqu'à celui où cette chûte & le Mouvement du corps se termine dans l'argile *IRG*, après le dernier enfoncement *B*, cette ligne Fig. I.

Fig. 1. se trouvera partagée par le premier point du contact *T*, ou par la surface *IR*, de l'argile, en raison réciproque des résistances, ou des accelerations éprouvées de part & d'autre du point *T*, ou de la surface *IR*. Sçavoir dans l'air *TA*, en vertu des impulsions de la Pesanteur (faisant abstraction de sa résistance particuliere en qualité de fluide) & dans l'argile *TB*, en vertu de sa masse, de sa ténacité, & de l'Inertie de ses parties. Ce point *T*, sera le *Maximum*, ou le terme des plus grandes vîtesses acquises du Mobile, soit en tombant du point *A*, soit en étant repoussé du point *B*, par les parties de l'argile, qui reprennent leur place ; après quoi le Mouvement est toûjours retardé, soit en allant de *T*, vers *A*, soit en allant de *T*, vers *B*.

18. C'est la même chose à l'égard des applatissemens des boules à ressort, qu'on laisse tomber sur une table de marbre, leur vîtesse est accelerée depuis le commencement de leur chûte jusqu'au point du contact

de la table, après lequel leur centre s'approche de la surface de cette table, en diminuant toûjours de vîtesse, & il en est enfin repoussé en passant par les mêmes dégrés en ordre renversé, ou par une acceleration toute semblable : ainsi que je l'ai montré ailleurs plus en détail *. Il faut seulement se souvenir dans toutes ces éxpériences, qu'on y suppose la ténacité de l'argile, & la roideur des fibres élastiques assez grandes pour ne ceder sensiblement qu'au choc, & point du tout à la Pesanteur des boules qu'on y employe, si elles étoient denuées de toute vîtesse : Sans quoi la conclusion qu'on en tire en faveur des Forces Vives ne seroit pas éxacte.

* Rech. Physicomath. sur la Réfléxion des corps. art. IV. pp. 14. 15. & 16. Mém. de 1712.

19. L'Analogie suffit seule pour faire voir que la Force double, par éxemple, en conséquence d'une double vîtesse, doit être deux fois plus de temps à périr que la simple, de part & d'autre du point *T*, du contact de l'argile, ou de la table, & que les temps étant proportionnels

aux vîtesses acquises, ou perduës, depuis la chûte jusqu'à ce point, ils doivent l'être de même depuis ce point jusqu'au dernier enfoncement, ou à la derniere contraction du ressort. Mais c'est ce que je démontrerai encore bientôt *à priori*. Cependant il est clair, cela posé, que les expériences dont il s'agit, ne donnent rien jusques là que de très-conforme à la Théorie ordinaire des Forces, & du Mouvement, sçavoir des effets doubles en des temps égaux, & des effets quadruples en des temps doubles, lorsque la vîtesse est double : en un mot des effets proportionnels aux vîtesses, & non aux quarrés des vîtesses. Et il n'en faudroit pas davantage, je le dirai ici en passant, pour mettre *Descartes*, & les *Cartesiens* à couvert du reproche d'erreur que leur fait l'illustre Autheur des Forces Vives, dans l'ouvrage où il en a donné la premiere idée, & où il prétend montrer combien il est contradictoire de faire la Force Motrice équivalente à la quantité de Mouve-

ment, & d'en conclure comme *Descartes*, que Dieu conserve toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature. Car soit qu'il y ait, ou qu'il n'y ait pas toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature, il est certain par tout ce que nous venons de remarquer, & à en juger par les effets mêmes, qu'on n'y sçauroit assigner aucun temps, où la Force Motrice ne soit pas proportionnelle au Mouvement ; puisqu'à chaque instant donné, elle l'est à la vîtesse, & non au quarré de la vîtesse.

I V.

Nouvelles difficultés, & instance pour les Forces Vives.

20. Mais nous ne nous en tiendrons pas à cette réponse contre les Forces Vives, & sur les expériences précédentes. Quelque solide que cette réponse puisse être par voye d'exception, elle nous paroît insuffisan-

te pour lever la difficulté, ou pour éclairer entierement l'esprit sur cette matiere. Car enfin, pourra-t-on ajoûter, qu'importe que l'espace parcouru, la quantité de matiere déplacée, les ressorts applatis, & tous les effets produits par une Force, le soient en un, ou en deux temps ? N'est-elle pas toûjours proportionnelle aux effets qu'elle est capable de produire en ces temps quelconques ? Et si ces effets sont comme les quarrés de la vîtesse, la Force n'est-elle pas en même raison ? N'est-ce pas en vertu de sa Force qu'un corps qui parcourt deux toises, par éxemple, en un temps, par rapport à un autre qui n'en parcourt qu'une, ne cesse aussi d'agir, de se mouvoir, ou de déplacer la matiere qui s'oppose à son Mouvement, qu'en deux fois autant de temps ? Et si l'effet total qui résulte de cette double circonstance, si cette double cause d'activité, qui est certainement contenuë dans la Force, est quadruple, ne faut-il pas conclure que la Force productrice devoit être qua-

druple ? Il n'en eſt pas ici comme du Mouvement uniforme (N°. 5. & 6.) & nous ne ſçaurions dire que la ſucceſſion des inſtans , ou des eſpaces parcourus, ne change rien à la Force actuelle qui tient le corps en Mouvement, & qui l'y tiendroit une Eternité , ſans rien perdre ni acquerir, ſi quelque cauſe étrangere ne la venoit modifier ou détruire. Ce qui ôte l'uniformité du Mouvement , dans le Mouvement retardé, diminuë d'autant la Force qui le produit, & la conſume enfin toute entiere. Il faut donc tenir compte à la Force de ce plus de durée du Mouvement, qu'elle procure au corps dans lequel elle réſide. Ainſi il eſt évident qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle eſt capable d'agir plus long-temps avec une plus grande vîteſſe. Elle eſt donc en raiſon compoſée de la vîteſſe, & du temps. Mais les temps ſont ici comme les vîteſſes; donc les Forces Motrices ſeront entre elles comme les quarrés des temps, ou comme les quarrés des vîteſſes.

V.

Réponse à l'instance ; Raisons de douter, difficultés, & expériences contre les Forces Vives.

21. Voilà sans doute le fort de la difficulté, & la source du mal entendu, s'il y en a sur cette matiere. Je suspens donc encore mon jugement, & je remarque 1°. Qu'il seroit bien extraordinaire qu'une Analyse aussi simple, & des principes aussi clairs que ceux que nous avons employés jusqu'ici nous eussent conduits à faire la Force toûjours proportionnelle à la quantité de Mouvement, ou à la vîtesse dans les Mouvemens uniformes, & dans les retardés, ou accelerés réduits en uniformes, & que cependant en vertu de sa durée, & d'une seconde de plus, par éxemple, cela cessât d'être, & qu'il fallût changer la quantité qu'on lui a assignée, & qu'on lui a dû assigner dans la premiere secon-

de. Il eſt inutile d'alleguer, comme on a fait ſouvent ſur cette matiere, qu'il faut quatre fois plus de Force à un homme pour porter le même fardeau quatre lieuës, que pour le porter une lieuë. Il eſt vrai qu'il y emploie, & qu'il y dépenſe, pour ainſi dire, quatre fois plus de Force: mais la Force qu'il emploie à la quatriéme lieuë, & à la quatriéme heure, par éxemple, ne différe pas en quantité de celle qu'il avoit à la premiere lieuë, & à la premiere heure. Il ne s'enſuit pas encore, qu'il eût pû porter un fardeau quatre fois plus grand à la premiere lieuë, & pendant la premiere heure. C'eſt qu'il n'eſt pas toûjours poſſible d'éxercer, ni même d'avoir en ſoi, dans un certain temps, la Force qui ſe déploye ſucceſſivement en pluſieurs temps, & qu'il ſe mêle ici mille circonſtances Phyſiques, qui ne permettent pas d'en faire la comparaiſon avec la Force des Mobiles inanimés. Avoir quatre fois la même Force conſécutivement, n'eſt pas la même choſe,

qu'avoir quatre fois autant de Force en un même instant. Ce n'est pas en vertu d'une impétuosité qui lui est imprimée au commencement de sa marche, qu'un Animal porte un fardeau pendant un certain temps, & il ne diminuë pas, ou n'augmente pas de vîtesse dans la raison des Mouvemens retardés ou accelerés ; il tient plus du Mouvement uniforme, & aussi les ressources de la respiration, & des alimens peuvent être à son égard, ce qu'est à l'égard des Mouvemens uniformes, l'application continuë de la même Force, qui n'a pas d'autre mesure (N°. *6.*) à un certain temps, ni à un certain point de l'espace parcouru, qu'à un autre. Au lieu que la Force imprimée à un corps par le choc diminuë toûjours, en s'éxerçant sur un autre par un semblable choc, parce que la somme de ce qu'elle est pendant tous les instans de sa durée, ne différe pas de sa veritable quantité, avant que d'avoir commencé à périr. Il paroît donc inconcevable, que la mesure de la

Force qui résulte des circonstances du premier, ou du second temps du choc, pris séparément, soit différente de celle qui résulte des deux temps pris ensemble.

22. 2°. Si les éxpériences qu'on vient de voir paroissent prouver que les Forces sont entre elles comme les quarrés des vîtesses, une expérience encore plus ancienne, plus simple, & plus maniée, & acceptée des deux partis, semble prouver évidemment le contraire. C'est celle de deux corps mous, ou à ressort, qui viennent se choquer par des Mouvemens contraires, & avec des vîtesses qui sont entre elles en raison inverse de leurs masses. Car on sçait qu'il en résulte le repos, si les corps sont mous & sans ressort; & un retour en arriere après le choc, avec les mêmes vîtesses qu'avant le choc, si les corps ont du ressort. Tout le contraire devroit cependant arriver, si les Forces étoient comme les quarrés des vîtesses, & le corps par éxemple, qui auroit 3 de vîtesse avec 1 de masse,

& par conſéquent 9 de Force, devroit néceſſairement emporter celui qui avec 3 de maſſe n'auroit que 1 de vîteſſe, & par là ſeulement 3 de Force.

23. On répond que ce triple de Force, qu'a le corps qui ſe meut avec 3 de vîteſſe, eſt conſumé par les enfoncemens, & les déplacemens de matiere qu'il fait ſur celui qui n'a que 1 de vîteſſe. Mais quel eſt le point d'appui des efforts néceſſaires pour produire ces enfoncemens, & cette *introceſſion* de matiere ? Qu'eſt-ce qui les ſoutient par une réaction égale à l'action ? N'eſt-ce pas le centre de Gravité de la maſſe triple, qui n'a que 1 de vîteſſe ? Cette maſſe ellemême ne conſume-t-elle pas autant de ſa Force à ſoutenir les efforts de ces déplacemens, que le corps choquant perd de la ſienne à les produire, & ce qu'elle en conſume ne la diſpoſe-t-il pas d'autant à céder ? Il n'y a donc point d'efforts perdus à cet égard, ou plûtôt ceux qui ſont perdus d'une part, ſont communiqués

qués de l'autre par un échange réciproque. Ainsi la masse inférieure en Force doit être entraînée.

24. Ceci devient encore plus évident dans le cas des corps à ressort. Car les enfoncemens, & les applatissemens qu'ils souffrent mutuellement dans le choc, sont, en vertu du retablissement qui leur succede, la source même de la Force nécessaire pour retourner en arriere, avec les mêmes vîtesses après le choc qu'ils avoient avant le choc. Donc si les Forces étoient comme les quarrés des vîtesses, celui qui n'avoit que 1 de vîtesse, & 3 de masse, seroit repoussé en arriere par le choc de celui qui avoit 1 de masse, & 3 de vîtesse, avec plus de Force ou de vîtesse, qu'il n'en avoit avant le choc; ce qui est contraire à l'expérience.

25. 3°. Mais je vais plus loin, & je demande, ne se pourroit-il pas que la Force demeurant toûjours en raison de la simple vîtesse, se trouvât capable de produire des effets proportionnels au quarré de la vîtes-

ſe ? Qu'étant double, par exemple, en vertu d'une double vîteſſe, il fût de ſa nature de produire des effets quadruples par rapport aux obſtacles qui s'oppoſent à ſon action ? Et cela ne viendroit-il pas de ce qu'une Force double, en vertu d'une double vîteſſe, & qui, par rapport à une autre, agit doublement en des temps égaux, agit encore peut-être deux fois antant de temps, ou ne ſe conſume qu'en deux fois autant de temps, par cela même qu'elle eſt double, & qu'elle réſulte d'une double vîteſſe ? De ſorte qu'au lieu de conclure qu'une Force eſt quadruple, parce que les eſpaces parcourus, les déplacemens de matiere, & tous les autres effets ſemblables qu'elle produit le ſont, il faudra conclure au contraire, de ce que ces effets ſont quadruples, ou en général, comme le quarré de la vîteſſe, qu'elle n'eſt que double, ou en général comme la ſimple vîteſſe. Il me ſemble qu'à cette nouvelle vûë, toutes les difficultés ſe diſſipent, & qu'il ne reſtera plus

bientôt ici de sujet de doute, ni d'apparence de contradiction.

VI.

Proposition fondamentale, solution des difficultés, & explications en général.

26. Il ne s'agit donc que de s'assûrer de la vérité de cette proposition, *Qu'une Force quelconque, en tant qu'elle résulte de la vîtesse du Mobile où elle réside, agit contre les obstacles successifs qu'elle rencontre en temps égaux, en raison de la vîtesse, & de plus agit ou se déploie pendant un temps qui est encore en raison de cette même vîtesse; ce qui donne une action totale, qui est comme le quarré de la vîtesse. De sorte que les espaces parcourus dans le Mouvement acceleré ou retardé, les impressions & les déplacemens de matiere dans le choc & la collision mutuelle des corps, étant comme les quarrés des vîtesses, les Forces qui font parcourir ces espaces, & qui produisent ces impressions & ces déplace-*

mens de matiere, & qui s'y consument, ne sont qu'en raison des simples vitesses.

Nous allons éxaminer cette Proposition, l'expliquer, & en détailler toutes les parties, dans les éxemples suivans.

27. Nous nous attacherons principalement à mettre dans son jour ce qui regarde les espaces parcourus, parce que, comme nous l'avons déja insinué (N°. 11,) & comme l'on s'en convaincra pour peu que l'on y fasse attention, tous les autres effets du Mouvement, & du choc, les parties de matiere déplacées, les ressorts bandés ou applatis, & en général tout ce qu'on apporte d'expériences sur ce sujet, se réduisent à celle de l'espace parcouru par un Mouvement retardé, ou ne concluent qu'autant qu'elles y sont ramenées; sans compter que s'il est une fois bien démontré que les Forces Vives n'ont pas lieu par rapport aux espaces parcourus, d'où elles ont pris naissance (N°. 11,) il est plus que probable qu'elles ne sont pas moins imaginaires dans les

autres Phénomenes. Nous ſuppoſerons auſſi avec tous les Autheurs modernes qui ont traité de la chûte des corps, & conformément au ſiſtême de *Galilée* accepté de part & d'autre ſur cette matiere. 1°. Que la Peſanteur en temps égaux produit des vîteſſes égales dans les corps qui deſcendent, & qu'elle ôte des vîteſſes égales à ceux qui montent, du moins ſenſiblement, & près de la ſurface de la Terre, où ſont faites nos expériences. 2°. Que ces vîteſſes acquiſes, ou perduës par le Mobile, en vertu de la Peſanteur, le ſont ou peuvent l'être par des impulſions redoublées d'inſtant en inſtant. Car quand la Peſanteur agiroit d'une maniere continuë, & abſolument indiviſible, il n'y a pas plus d'inconvenient à le ſuppoſer ainſi dans les calculs, qu'à prendre les Courbes pour des Polygones d'une infinité de côtés dans la réſolution des Problêmes de Géometrie. Je puis donc imaginer que les impulſions de la Peſanteur étant réünies au commencement ou à la fin de

chaque espace infiniment petit, ou, ce qui revient ici au même, de chaque pied ou de chaque toise prise pour éxemple, & parcouruë par le Mobile qui monte, font sur ce Mobile le même effet, que si toute Pesanteur ôtée, il y avoit à chacun de ces points des particules égales de matiere à déplacer, ou de petites lames de ressort à soulever ou à bander. En un mot, je puis toûjours comparer la Pesanteur à des obstacles ou des résistances quelconques, qui lui sont analogues ; comme réciproquement, je puis comparer les résistances quelconques des particules de matiere déplacées, ou des ressorts pliés, aux impulsions contraires de la Pesanteur réünies à certains points de l'espace parcouru.

Fig. 2. 28. Cela posé, soient toûjours les deux Mobiles de masse égale, *A*, & *B*, mûs avec différentes vîtesses, & telles, par éxemple, que la vîtesse de *A* soit double de celle de *B*. Supposons de plus que ces deux Mobiles ne trouvent aucun obstacle, aucune ré-

ſiſtance, ni impulſion contraire ſur leur chemin, c'eſt-à-dire qu'ils ſe meuvent, ou ſe vont mouvoir d'un Mouvement uniforme ſur les droites *AD*, *Bδ*. Ils y parcourront des eſpaces, qui ſeront entre-eux comme les vîteſſes qui les font parcourir, c'eſt-à-dire, que dans le temps que *B*, parcourt 2 toiſes, *Bδ*, *A* en parcourt 4, *AD*, & ainſi de ſuite. Je dois donc juſqu'ici ſuppoſer les Forces Motrices des corps *A*, & *B*, entre elles, comme les vîteſſes, & comme les eſpaces parcourus (N°. 3). Mais ſi elles ſont telles dans l'inſtant où elles commencent d'agir ſur ces Mobiles, dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement uniforme, pourquoi ne les pourrois-je pas ſuppoſer telles dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement retardé ? Mettre des obſtacles, des réſiſtances ou des impulſions contraires, ſur le chemin d'un Mobile, ou les en ôter, change-t-il quelque choſe à la quantité de la Force qui lui eſt appliquée, & qui le va faire mou-

voir ſur ce chemin ? Non ſans doute ; & nous l'avons déja remarqué (N°. 16). Ce ſont des circonſtances tout-à-fait étrangeres à la valeur de la Force Motrice ; elles peuvent en diminuer l'effet, ou même l'éteindre en qualité de Forces contraires ; mais elles ne ſçauroient faire qu'elle change de nature, ou de valeur, qu'elle ſoit plus ou moins grande. Donc ſi je tire de l'hypotheſe des Forces Motrices en raiſon des vîteſſes, les eſpaces parcourus en raiſon des quarrés, & tout ce qui arrive au Mouvement retardé ou acceleré, je n'ai que faire de ſuppoſer les Forces comme les quarrés des vîteſſes, & cela ſeroit contre les regles de la bonne Logique.

29. J'introduis donc ici les impulſions de la Peſanteur, & je les répands, pour ainſi dire, ſur les chemins à parcourir des Mobiles *A*, & *B*. Cela poſé, je ſçai qu'elles retarderont, & qu'elles éteindront enfin tout leur Mouvement. Suppoſons, par exemple que tout le Mouvement

Fig. 2.

de

de *B* ſoit éteint en 1 ſeconde de temps, & qu'au lieu d'avoir parcouru la longueur *Bδ*, de 2 toiſes, comme il auroit fait, s'il n'avoit trouvé aucune impulſion contraire, il n'a parcouru que la longueur *Bβ*, de 1 toiſe. Par l'égalité continuelle des impulſions de la Peſanteur contre le même Mobile, ou ſon ſemblable, on ſçait, & l'expérience le confirme, qu'elle fera perdre de même en temps égal un ſemblable eſpace au Mobile *A*, quel que ſoit le rapport fini de ſa vîteſſe à celle du Mobile *B*. Donc le corps *A*, au lieu de parcourir à la premiere ſeconde la longueur *AD*, de 4 toiſes, ne parcourra que la longueur *AC*, de 4—1, ou de 3 toiſes. Mais on ſçait de plus que les vîteſſes acquiſes, ou perduës ſont comme les temps; donc le Mobile *A*, n'aura perdu que 1 degré, ou la moitié de ſa vîteſſe, parce qu'il en avoit 2 degrés, tandis que le Mobile *B*, en ayant perdu 1 de même, a perdu toute la ſienne, parce qu'il n'en avoit que 1 degré. Mais 1 degré de

vîteſſe, doit faire parcourir au corps *A*, en une ſeconde, le même chemin que *B* a parcouru en un ſemblable temps. Donc *A* parcourra encore 1 toiſe *CD*, ce qui fait 4 toiſes en tout. Donc en vertu d'une Force double réſultante d'une double vîteſſe, le Mobile *A* s'eſt mû deux fois plus de temps que le corps *B*, & il a parcouru à chaque temps l'un portant l'autre deux fois plus d'eſpace; ce qui fait en tout un eſpace quadruple, ou en raiſon du quarré de la vîteſſe. Cela n'a beſoin que de quelque éclairciſſement pour emporter une conviction entiere.

VII.

Solution, & explications plus particulieres.

30. Je dis que le Mobile *A* a parcouru deux fois plus d'eſpace à chaque temps l'un portant l'autre, & non pas à chaque temps abſolument

parlant ; parce que dans l'éxemple il parcourt 3 toises au premier temps, & une toise seulement au second. Cependant j'aurois pû le dire relativement à la Force & à la vîtesse, en tant que doubles, parce qu'à la rigueur, tant qu'elles demeurent dans ce rapport, eu égard à la Force, & à la vîtesse du corps *B*, elles doivent produire cet effet, comme dans le Mouvement uniforme. Mais parce qu'elles n'y demeurent qu'un instant, & que le rapport change continuellement dans les instans suivans, dont on conçoit qu'est composé le temps fini où l'on les considere, l'espace actuel parcouru ne sçauroit être dans le même rapport, mais dans celui qui résulte de la suite changeante de ces rapports. Or il suffit de remarquer ici, que l'espace parcouru par le corps *A*, dans le premier temps fini, est plus que double de celui que parcourt le corps *B*, en un temps égal ; parce que le rapport devient plus que double, d'abord après le premier instant, & qu'il se termine enfin par

être infini, puiſque le Mobile *A* ſe meut avec un degré de vîteſſe, & monte encore, lorſque *B* ceſſe totalement de ſe mouvoir, ou de monter. Le corps *A* parcourt donc toûjours en un inſtant quelconque un eſpace proportionnel à la vîteſſe qu'il a dans cet inſtant. Ainſi à conſiderer le rapport des vîteſſes de *A*, & de *B*, quand ils commencent à ſe mouvoir, l'un devoit parcourir 4 toiſes, & l'autre 2; & ils les auroient en effet parcouruës, n'étoit les impulſions contraires de la Peſanteur, qui en temps égal ôtent une toiſe de l'eſpace de chacun, & réduiſent par conſéquent celui du Mobile *A*, à 3 toiſes, & celui du Mobile *B*, à 1 toiſe. Pour mieux ſentir la vérité de cette Remarque, ſubdiviſons le degré de vîteſſe, & le temps, en un nombre quelconque de parties : plus ce nombre ſera grand, plus le rapport des eſpaces parcourus au commencement approchera du rapport de Force ou de vîteſſe aſſigné aux Mobiles *A*, & *B*. C'eſt pourquoi ſi au lieu de 2 & 1

nous prenons 8 & 4, on aura dans les 8 instans de *A*, les espaces parcourus, 15. 13, 11, &c. Et dans les 4 instans de *B*, les espaces, 7, 5, &c. De sorte que le Mobile *A* parcourra d'abord 15 d'espace, dans la partie de temps que le Mobile *B* employe à en parcourir 7. Ce qui ne différe de la raison de 2 à 1, que de $\frac{1}{15}$; au lieu que dans le premier cas, il differoit de $\frac{1}{3}$. Si au lieu de 8, & 4, nous prenons 10, & 5, la différence ne sera plus que de $\frac{1}{19}$, & ainsi de suite jusqu'à l'infini, où la différence disparoît totalement, & où l'on peut dire, que les espaces parcourus dans les premiers instans par le corps *A*, sont éxactement doubles des espaces parcourus par le corps *B*. Après cela ils seront plus que doubles, parce que le décroissement de vîtesse arrive aux deux Mobiles par une suite ou progression Arithmetique, d'où il suit que le rapport Géometrique de la vîtesse du plus grand, *A*, doit augmenter à l'égard de la vîtesse du plus petit, *B*. Mais l'espace parcouru est

toûjours proportionnel à la vîtesse actuelle, comme dans les Mouvemens uniformes.

31. On voit donc que le corps *A*, à qui on suppose, par éxemple, une Force double, résultante d'une double vîtesse par rapport au corps *B*, qui lui est égal, & qui n'a que 1 de Force & de vîtesse, on voit, dis-je, que le corps *A*, doit parcourir à chacun des instans communs du commencement de la Suite infinie, des espaces qui sont doubles des espaces parcourus par le corps *B*. Mais on ne voit peut-être pas encore, du moins dans un certain détail, pourquoi le corps *A* se meut deux fois plus de temps que le corps *B*, malgré les obstacles surmontés dans le premier temps, en raison de sa superiorité de Force, & de vîtesse. Il semble au contraire que le Mobile qui a le plus de vîtesse, ayant surmonté à chaque instant un nombre d'obstacles proportionnels à sa vîtesse, il doit avoir fait tout ce qu'il pouvoit faire, & avoir perdu tout ce qu'il avoit de

Force, si sa Force n'étoit que proportionnelle à sa vîtesse.

32. Mais il faut prendre garde, que le Mobile superieur en Force, en même raison que sa vîtesse, ne perd de cette Force, & de cette vîtesse en temps égaux, que ce qu'en perd le Mobile inferieur en Force, & en vîtesse. C'est-à-dire, que *les pertes de Force, & de vîtesse des Mobiles, qui parcourent différens espaces, ou qui surmontent un différent nombre de mêmes obstacles, sont toûjours comme les temps employés à parcourir chacun de ces espaces, & à surmonter chacun de ces obstacles; & la raison en est, que les impulsions contraires, les résistances, ou, si l'on veut, les Forces contraires agissent d'autant plus, ou d'autant moins, toutes choses d'ailleurs égales, contre celles qui les surmontent, & qu'elles consument, qu'elles leur sont appliquées plus ou moins de temps.* Ainsi le corps *A*, superieur en Force, & en vîtesse surmonte deux obstacles, par éxemple, dans l'instant où le corps *B*, n'en surmonte qu'un, parce qu'il les surmonte, ou qu'il les parcourt cha-

cun en particulier, avec le double de vîtesse, & de plus chacun de ces obstacles, ne lui fait perdre que la moitié de la Force, & de la vîtesse qu'il fait perdre au corps *B*, parce qu'il ne lui est appliqué, qu'il n'agit contre lui, & qu'il ne sejourne sur lui que la moitié autant de temps qu'il agit contre *B*. Le corps *A*, ne peut donc perdre que 1 de Force, & 1 de vîtesse, dans le temps que *B*, perd également 1 de Force, & 1 de vîtesse, quel que soit le nombre d'obstacles qu'ils surmontent l'un & l'autre en temps égal. Car comme nous venons de dire, la réaction des obstacles pour consumer la Force du Mobile, est en raison directe des temps, ou, ce qui revient au même, en raison reciproque des vîtesses. Mais par hypothese, le corps *A* est superieur en Force, & en vîtesse au corps *B*, & *B* a perdu toute sa Force, & toute sa vîtesse au premier temps. Donc après que *B* aura perdu sa Force, & sa vîtesse, ou qu'il aura cessé de se mouvoir, & de monter, *A* retien-

dra encore une partie de ſa Force, & de ſa vîteſſe, & il montera encore, &c. D'où il eſt clair qu'une Force qui réſulte d'une plus grande vîteſſe, doit s'éteindre d'autant plus tard que la vîteſſe eſt plus grande. Il eſt donc de la nature d'une Force quelconque d'agir à chaque inſtant en raiſon de la vîteſſe qui la produit, & d'agir d'autant plus d'inſtans en raiſon de cette même vîteſſe; ce qui doit produire, dans la durée de ſon action, des impreſſions, ou des eſpaces parcourus en raiſon du quarré de la vîteſſe, quoique la Force ne ſoit réellement qu'en raiſon de la ſimple vîteſſe.

33. Comme il ne s'enſuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une vîteſſe finie, ne ceſſe jamais ou dure toûjours, que la Force Motrice actuelle qui le produit ſoit infinie, il ne s'enſuit pas non plus à la rigueur, que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé, en ſoit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage.

Elle n'eſt réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands eſpaces en des temps égaux, ou plûtôt ces eſpaces ne ſont plus grands en des temps égaux, que parce que la Force eſt plus grande, en vertu d'une plus grande vîteſſe. Et dans ce cas, elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas, à la rigueur, parce qu'elle eſt plus grande, car la ſeule raiſon de la maſſe pourroit la rendre telle; mais parce qu'en des temps égaux, elle fait parcourir de plus grands eſpaces. C'eſt par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard, & par la raiſon que nous en avons donnée ci-deſſus (N°. 32). La plus longue durée ſera, ſi l'on veut, une indication d'une plus grande vîteſſe, mais non pas un ſecond principe de valeur, qui doive multiplier la valeur qu'indique déja la vîteſſe, ou les eſpaces parcourus appliqués aux temps. Ce ſeroit faire une eſpece de double emploi très-vitieux, meſurer une Force par ſes effets, & par les effets de ſes

effets, & toute leur suite repanduë successivement sur différens espaces. Fig. 5.
Cent boules égales, & à ressort, *A*, *B*, *C*, *D*, &c. rangées sur une ligne horisontale *HL*, se meuvent toutes l'une aprés l'autre, en vertu de la seule Force, & du seul Mouvement imprimé à la premiere *A*, selon la direction *HL*; il ne faut pas pourtant mesurer la Force appliquée à la boule *A*, par le produit de sa vîtesse, & des 100 masses mises en Mouvement à cette occasion; parce qu'elles n'y ont été mises que successivement, & que ce n'est proprement qu'une seule & même boule muë, dans l'instant où l'on considere la Force Motrice, & sa valeur. Les effets qui deviennent des causes à leur tour, ne sont contenus que relativement, & accidentellement dans la cause primitive, & leur somme n'exprime pas le développement, ou la mesure de cette cause, mais la simple repetition, ou l'indice de sa durée, eu égard aux causes contraires, qui pouvoient la détruire, ou arrêter son action.

34. Il suit de là que lorsque les vîtesses sont égales, les impressions & les espaces parcourus doivent toûjours être en raison des simples vîtesses multipliées par les masses, quel que soit le rapport des masses, & par conséquent des Forces des Mobiles. C'est que dans ce cas la superiorité de Force du Mobile *A*, par exemple, ne le fait pas passer plus vîte sur les obstacles qui lui sont proportionnels, que la Force du Mobile *B* ne fait passer celui-ci sur des obstacles semblables; ainsi le Mobile *A* ne se meut ni plus ni moins de temps que le Mobile *B*. La Force superieure en vertu de la masse fait en temps égaux, les mémes effets que la Force superieure en vertu de la vîtesse, mais elle cesse d'agir tandis que l'autre agit encore. Aussi le corps *A* de 100 de masse ne monte pas davantage avec un degré de vîtesse, que le corps *B* avec 1 de masse, & 1 degré de vîtesse; parce qu'il ne monte pas ou ne doit pas monter plus long-temps. Il ne doit pas monter plus

long-temps, parce qu'il fait à chaque instant les mêmes pertes de vîtesse que le corps *B* avec de plus grandes pertes de Force, & il fait à chaque instant de plus grandes pertes de Force, parce qu'elles sont proportionnelles à sa masse, comme on sçait que le sont toûjours les impulsions de la Pesanteur.

35. Lorsque la Force d'un corps est supposée plus grande, sans que sa vîtesse le soit en même raison, qui est le cas d'une plus grande masse, & qui seroit celui des *Forces Vives*, s'il étoit possible qu'en des Mobiles égaux les Forces Motrices eussent d'autre rapport que celui des simples vîtesses, les obstacles surmontés en raison de la Force, ne le sont pas sur une plus grande longueur de chemin ; cela n'appartient qu'à la vîtesse ; mais ils sont surmontés en plus grand nombre, en raison de la Force, sur une plus grande largeur. *Fig. 2.*
Par éxemple le Mobile *A*, supposé égal au Mobile *B*, mais avec une vîtesse double, doit remonter 4 toi-

ses pendant la durée de son action, qui est de 2 temps, & le Mobile *B* ne doit remonter qu'une toise pendant la durée de la sienne qui n'est que d'un temps. Et si au lieu des impulsions de la Pesanteur, on met une suite d'obstacles quelconques de même résistance qu'elle, rangés en ligne droite sur le chemin de ces Mobiles, le Mobile *A* en surmontera 4, & le Mobile *B*, en surmontera 1. Augmentons présentement la masse du corps *A*, faisons la double de la masse du corps *B*, sa Force sera quadruple ; ou si l'on veut, supposons par impossible, que cette Force devienne quadruple sans rien changer à la masse ni à la vîtesse précédentes. Quel sera l'effet de cette Force quadruple ? Ce ne sera pas de faire remonter le Mobile à plus de 4 toises, ni plus long-temps ; car nous avons vû que les espaces parcourus, & la durée dans les Mouvemens retardés, sont uniquement relatifs à la vîtesse, & la vîtesse demeure ici la même, par hypothese. Ce sera donc de faire

ſurmonter un plus grand nombre d'obſtacles, ſur une plus grande largeur, ſur une double ſuite, par éxemple, d'obſtacles pareils rangés ſur deux lignes droites paralleles. Et comme les temps, & la durée de ſon action ſont les mêmes, ce ſera en tout 8 obſtacles qu'il aura ſurmontés, le Mobile *B* n'en ayant ſurmonté que 1, c'eſt-à-dire, en raiſon du Cube de la vîteſſe. Ainſi l'on voit que la Force quadruple à cet égard, ſoit qu'elle vienne d'une maſſe double, ou, par impoſſible, de l'hypotheſe des *Forces Vives*, produiroit les mêmes effets, le même nombre d'obſtacles ſurmontés. Mais dira-t-on, quel ſera l'effet de cette Force doublée ſans augmentation de maſſe ni de vîteſſe, ſi l'on n'a égard qu'aux eſpaces parcourus, & aux impulſions de la Peſanteur, ou, ce qui revient au même, ſi l'on ne ſuppoſe qu'une ſeule ſuite d'obſtacles rangés ſur une droite? Je reponds qu'il ſera nul, & qu'il le doit être, parce qu'il naît d'une ſuppoſition impoſſible, & purement

imaginaire. La Force en raiſon des ſimples vîteſſes étant une cauſe pleine, & ſuffiſante de tous les effets du Mouvement, & du choc des corps, toute autre valeur qu'on lui aſſignera en mêmes circonſtances, doit être contradictoire, & une Force qui augmente ſans que la maſſe, ni la vîteſſe du Mobile où elle réſide, changent de quantité, eſt un effet ſans cauſe, qui doit devenir à ſon tour une cauſe ſans effet.

VIII.

Nouvelles Réflexions ſur le Mouvement en général.

36. De toute cette Théorie nous tirerons encore deux Obſervations ſur le Mouvement en général, qui ne ſeront pas infructueuſes. L'une que le Mouvement proprement dit, & indépendamment de toute vûë particuliere, ne renferme que l'idée de la vîteſſe, ou, ce qui eſt la même choſe, de l'eſpace parcouru en un

certain

certain temps. Car on n'entend par le Mouvement en général, qu'un changement continuel de distance entre le Mobile, ou un point simplement, & les autres corps, ou un autre point quelconque, que l'on considere comme en repos. Or la distance n'en est ni plus ni moins changeante, soit qu'on la considere entre des corps qui ont 100 de masse, ou 1 de masse, comme 100 de volume ou 1 de volume, ce sont des modifications particulieres à l'idée du Mobile, & non à celle de son Mouvement; il n'y a que la vîtesse qui influë sur lui. Ainsi faisant abstraction de toute autre vûë, il y a d'autant plus de Mouvement, qu'il y a plu de vîtesse dans le corps auquel on en attache l'idée.

37. L'autre Observation, c'est que l'idée du Mouvement proprement dit ne renferme que l'uniformité. Tout Mouvement par lui-même doit être uniforme, comme il doit se faire en ligne droite; l'accéleration ou le retardement sont des limitations

étrangeres à sa nature, comme la Courbe qu'on lui feroit décrire l'est à sa direction propre. L'accéleration ou le retardement se mêlent à chaque instant au Mouvement proprement dit, & en interrompent l'uniformité par une Force étrangere à celle qui le produit, comme les directions obliques étrangeres le retirent à chaque instant de la ligne droite. Si la Force étrangere, qui s'oppose au Mouvement d'un corps, devient égale à sa Force Motrice elle le détruit totalement, & il en résulte le repos. Le Mouvement retardé d'un corps pesant, qui monte, par éxemple, tiendra donc une espece de milieu entre le Mouvement proprement dit, & le repos, & il sera censé approcher d'autant plus de l'un ou de l'autre, que la vîtesse du Mobile sera plus grande ou plus petite, quelle que soit la masse de ce Mobile. Or en tant que ce Mouvement tient du repos, il doit périr dans un instant, mais en tant qu'il tient du Mouvement proprement dit, il doit durer toûjours,

avec une même Force, & demeurer toûjours uniforme. Donc le Mouvement retardé doit se soutenir d'autant plus, approcher d'autant plus de l'uniformité, & pendant un temps d'autant plus long, avec une même Force par rapport à la perte qui s'en fait à chaque instant, qu'il est plus contraire au repos, qu'il est plus grand, ou (N°. 36.) qu'il résulte d'une plus grande vîtesse.

I X.

Autre Proposition fondamentale; nouvelles réflexions sur le Mouvement retardé & acceleré, contre les Forces Vives, *& en faveur de l'opinion commune.*

38. Ceci bien entendu, nous allons enfin demontrer, 1°. *Que ce ne sont pas les espaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice; mais les espaces* non parcourus à

& qui l'auroient été par un Mouvement uniforme dans chaque instant. 2°. Que ces espaces non parcourus *sont en raison des simples vîtesses. 3°. Et partant que les espaces qui repondent à une Force Motrice retardée ou décroissante, en tant qu'elle se consume dans son action, sont toûjours proportionnels à cette Force, & à la vîtesse du Mobile, tant dans les Mouvemens retardés, que dans le Mouvement uniforme.*

39. Pour expliquer, & demontrer cette espece de paradoxe, reprenons l'éxemple des deux Mobiles égaux *A*, & *B*, qui remontent sur les lignes *AD*, *Bδ*, l'un, sçavoir *A*,
Fig. 4. avec 2 degrés de vîtesse, & l'autre *B*, avec 1 degré. Nous avons vû (N°. 28.) que si rien ne s'opposoit à la Force Motrice du corps *B*, c'est-à-dire, si le Mouvement étoit uniforme, *B* parcourroit au premier temps les 2 toises *Bδ*, sans rien perdre de cette Force, ni du degré de vîtesse dont elle résulte. Mais parce que, par hypothese, les impulsions contraires de la Pesanteur, qui lui sont continuellement appliquées pendant

ce temps, achevent de consumer sa Force, & sa vîtesse, & l'arrêtent enfin, lorsqu'il est parvenu à la fin, *β*, de la premiere toise, le Mobile *B* ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé. Et je dis de même du Mobile *A* ; il auroit parcouru dans le premier temps les 4 toises *AD* ; mais les impulsions contraires de la Pesanteur, l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise *DC*, pendant ce temps ; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que 3 ; & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force, & un degré de vîtesse, comme elles ont fait dans le corps *B*, pendant un temps semblable. Mais parce que le corps *A* avoit 2 degrés de Force, & 2 degrés de vîtesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en *C*, & à la fin du premier temps, dans le cas où se trouvoit le corps *B* au commencement de ce premier temps. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore 2 toises *CE*, en un second temps semblable au premier, si Fig. 24.

aucune impulſion contraire ne s'y oppoſe. Mais les impulſions contraires de la Peſanteur vont s'y oppoſer, & de la même façon préciſément qu'elles ſe ſont oppoſées au Mouvement du corps *B*. Donc le corps *A* ne parcourra pendant ce 2me temps, que la toiſe *CD*, ayant pour ainſi dire, reculé de l'autre toiſe, *ED*, en vertu du retardement, ou des impulſions contraires à ſa Force Motrice ; après quoi il s'arrêtera en *D*, ou ne montera plus, comme le corps *B* en *β*. De ſorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les 2 temps de ſon Mouvement, que 4 toiſes. Ce ſont ces eſpaces *βδ*, *CD*, dans le premier inſtant, & *DE*, dans le ſecond, & ainſi de ſuite, que j'appelle ***non parcourus***. Ils ſont non parcourus, relativement à la Force Motrice des corps *A*, & *B*, & à leur direction donnée de *B* vers *δ*, & de *A* vers *E*, à laquelle ſeule on fait attention ; quoique en un ſens, ils ſoient très-réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force Mo-

trice opposée à la premiere, qui s'y méle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le Mouvement contraire d'un plan sur lequel le Mobile seroit porté.

40. Ce qui est dit ici des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement, & du choc, comme il a été remarqué ci-dessus (N°. 27.) par rapport aux espaces parcourus. Et nous dirons de méme, 1°. *Que ce ne sont pas les parties de matiere déplacées, ni les ressorts bandés ou applatis, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere* non déplacées, *les reßorts* non bandés *ou* non applatis, *& qui l'auroient été, si la Force Motrice se fût toujours soutenuë & n'eût point souffert de diminution.* 2°. *Que ces parties de matiere* non déplacées *sont en raison, &c.* Comme N°. 38.

41. Pour en donner un exemple, soient des impulsions, des obstacles, ou des résistances quelconques uniformément repetées, & placées sur le chemin *AF*, du Mobile *A*, tel-

les par exemple, que les particules de matiere 1. 2. 3. 4. &c. ou des lames de ressort à déplacer, à abbatre, à soulever, ou à bander. Il est évident que si le Mobile, avec un degré de vîtesse, & de Force, peut en soulever 2 en un instant, par un Mouvement uniforme, c'est-à-dire, en conservant, ou en reprenant toûjours toute sa Force, & toute sa vîtesse, après avoir soulevé la premiere; & qu'au contraire, il n'en puisse soulever qu'une par un Mouvement retardé, toute sa Force, & toute sa vîtesse s'étant consumée à soulever, ou à bander la premiere, il est, dis-je, évident par tout ce qui a été dit ci-dessus (N°. 15. 28.) que le Mobile *A* ayant 2 degrés de Force, & autant de vîtesse, souleveroit, ou banderoit 4 de ces lames de ressort dans un instant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet instant, & en bandant les premiers ressorts, un degré de sa Force, & de sa vîtesse; & un degré de Force & de vîtesse perduë donne, par hypothese (N°.

Fig. 5.

27)

27) une lame de moins soulevée, ou bandée; donc il n'en bandera que 3 au premier instant, sçavoir 1, 2, 3, & il s'en faudra la lame 4, & l'espace *CD*, qu'il ne fasse ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant, comme il lui reste encore un degré de Force, & de vîtesse, qui lui feroit soulever deux lames 4, 5, & parcourir le chemin *CDE* en un second instant, si son Mouvement demeuroit uniforme, & sa Force constante, il doit continuer de se mouvoir, & d'agir contre les résistances qui s'opposent à son Mouvement. Mais au lieu de deux, il n'en doit surmonter qu'une, ou soulever une lame 4*D*, à cause que son Mouvement y est retardé, & que sa Force s'y trouve totalement éteinte. Ce qui fera en tout 4 portions de matiere deplacées, ou 4 ressorts bandés, en vertu de deux degrés de Force résultans de deux degrés de vîtesse, & de l'action totale, qui a duré 2 instans; sçavoir 4 ressorts — 1 = 3 au premier instant, & 2 ressorts — 1 Fig. 12

Fig. 5. $=$ 1 au second instant. Et l'on voit bien que ce sera toûjours la même chose, si au lieu de supposer 2 degrés de vîtesse, & 2 instans, on en suppose, 3, 4, &c. & que le Mobile parcourra 6, ou 8 toises, &c. ou déplacera 6, ou 8 ressorts, &c. par un Mouvement uniforme, & une Force constante, & seulement 6 — 1, ou 8 — 1, &c. par un Mouvement retardé, & une Force décroissante, dans le premier instant, & ainsi de suite. J'appellerai donc *portions de matiere non déplacées*, *ressorts non soulevés*, *non bandés*, *ou non applatis*, & en général, *obstacles non surmontés*, tous ceux qui ne l'ont point été, faute d'uniformité, & de persévérance dans la Force du Mobile, sçavoir 4*D*, dans le premier instant; 5*E*, dans le second, &c. quoiqu'ils puissent être censés surmontés par la Force contraire dont les impressions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

Fig. 6. 42. L'Obliquité des directions *AR*, *RE*, &c. du Mobile *A*, contre des

resforts *R*, *E*, *S*, *T*, &c. autrement Fig. 6.
posés, mais de même résistance en ce sens que les précédens, ne changera rien à ce que nous venons de dire; il en résultera toûjours mêmes effets, mêmes ressorts bandés, même extinction de Force dans le Mobile.

Nous nous arrêterons encore ici à ce qui regarde les espaces.

43. Je dis donc 1°. *Que ce sont les espaces non parcourus βδ, CD, & DE,* Fig. 4.
dans des instans égaux, qui donnent l'Estimation, & la veritable mesure des Forces dans les Mouvemens retardés.

Les espaces non parcourus à chaque instant représentent la Force perduë & consumée à cet instant, ou, ce qui revient au même, l'effort de la puissance contraire qui la détruit ou qui la consume, en s'exerçant contre elle. Mais la somme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires est égale à la Force totale du Mobile. Donc, &c.

Les espaces *Bβ*, *AC*, parcourus par le Mobile dans le premier instant, sont l'effet de la Force constante &

Fig. 4. conſervée, & non de la Force retardée ou perduë : Ainſi ils ne doivent point meſurer la perte qui s'en eſt faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'eſt faite en les parcourant, & non à les parcourir ; elle doit être repanduë ſur ces eſpaces, & ſur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel, elle n'apporte de changement à la Force Motrice totale, & ne la fait décroître que proportionnellement à l'eſpace non parcouru, ou à la valeur de l'eſpace non parcouru repanduë ou retranchée continuellement ſur les portions correſpondantes d'eſpace parcouru. L'eſpace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale, ou de la partie qui en eſt conſervée ; eſpace qui ſeroit infini, ſi elle étoit toûjours conſervée, quelque finie qu'elle pût être. C'eſt donc l'eſpace non parcouru $\beta\delta$, *CD*, *DE*, qui meſure ſa partie perduë ou conſumée, celle-là même qui fait le complement de la totale, avec celle qui s'eſt conſervée à chaque inſtant, &

qui se seroit conservée de même, si le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au Mobile l'espace qu'il ne parcourt pas, faute d'uniformité.

44. 2°. Il est clair que les espaces *βδ*, *CD*, *DE*, qui ne sont que l'unité répétée à-chaque instant, & à chaque degré de vîtesse perdu, sont égaux en nombre aux instans, & aux degrés de vîtesse, & par conséquent *que leur somme est égale ou proportionnelle à la simple vîtesse initiale du Mouvement retardé.* Mais leur somme est égale à la Force du Mobile (N°. 43). Donc la Force est-proportionnelle à la simple vîtesse, soit qu'on la considere dans un instant particulier de son action, soit qu'on la considere dans la somme de tous les instans de sa durée & de son action totale.

Cette seconde Proposition acheve de mettre dans tout son jour ce que nous avons dit dans la premiere ci-dessus (N°. 26.) que les Forces Motrices qui agissent dans le Mouvement retardé, & qui s'y consument,

ne font que comme les fimples vîteſ-ſes, quoique les obſtacles ſurmontés, les eſpaces parcourus en ſe conſumant, les impreſſions, & les applatiſſemens de matiere & de reſſorts, ſoient comme les quarrés des vîteſſes.

45. 3°. Enfin l'analogie qui doit regner entre tous les Mouvemens en général, ſoit retardés, ſoit accelerés, ou uniformes, ſe développe ici plus parfaitement qu'elle n'avoit jamais fait. Puiſqu'*en tout Mouvement de quelque eſpece qu'il puiſſe être, retardé, acceleré, ou uniforme, les effets quelconques; qui répondent à la Force Motrice qui ſe conſume ou qui ſe déploie, ou qui demeure conſtante, & qui la meſurent, ſont toûjours entre eux comme la Force, ou comme la vîteſſe dont elle réſulte.*

Cela eſt évident par tout ce que nous venons de dire. Dans le Mouvement retardé, quand la Force décroît, quand de finie elle devient infiniment petite ou nulle, les eſpaces, les efforts, & les effets quelconques rélatifs à ſon décroiſſement en un inſ-

tant quelconque, ou dans toute sa durée, sont, comme nous venons de l'expliquer, toûjours proportionnels à elle-même, & à la vîtesse dont elle résulte, soit en partie, soit en somme. Dans le Mouvement accéleré, quand la Force croît, quand d'infiniment petite elle devient finie ou même infinie, dans une durée infinie, ses accroissemens, qui répondent à ce qu'elle devient, & à ce qu'elle est à chaque instant, lui sont toûjours de même proportionnels, & à la vîtesse dont elle résulte; en sorte que comme elle est infiniment petite ou zero dans sa naissance, elle n'est que ce que sont ses accroissemens, & elle n'a d'autre quantité ou d'autre mesure que leur somme; de même que la Force qui s'évanoüit après avoir commencé par être finie, n'a pû avoir d'autre valeur que la somme de ses décroissemens. A l'égard du Mouvement uniforme, comme il est supposé égal à lui-même à chaque instant, & qu'il ne périt point, il ne peut indiquer la mesure

qui le produit, que par des effets, des espaces rélatifs à une certaine partie limitée de son action, ou de sa durée; & en cela il est encore parfaitement analogue au Mouvement retardé; c'est-à-dire, comme nous l'avons remarqué plusieurs fois, qu'à quelque instant qu'on le considere, la Force Motrice & ses effets, les espaces parcourus, &c. sont proportionnels à la vîtesse actuelle. Et si l'on le considere dans sa durée infinie, & que par cet endroit on le compare au Mouvement accéleré, qu'on peut aussi concevoir d'une durée infinie, quoique fini dans ses commencemens, l'analogie se trouvera encore parfaite. Car puisque le premier, je veux dire, le Mouvement uniforme, doit donner dans ce cas une longueur infinie parcouruë, en vertu d'une Force Motrice & d'une vîtesse finie, le second doit donner une longueur plus qu'infinie, ou infinie d'un second genre, & $= \infty^2$, en vertu d'une Force Motrice infinie, & proportionnelle à la vîtesse infinie dont elle

résulteroit, puisqu'on sçait que l'accéleration ne sçauroit durer infiniment, & uniformément, sans que la vîtesse ne devînt infinie; & l'on auroit tort d'en conclure que la Force Motrice dans ce second cas est égale à ∞^2. De sorte que sous quelque aspect que l'on considere le Mouvement, & par quelques effets que se manifeste la Force qui le produit, soit qu'on la mesure, & qu'on l'estime en total, ou par parties dans ses dépérissemens, & quelle qu'en soit la durée, on ne la trouve jamais que proportionnelle à la simple vîtesse.

X.

Généralité de la Théorie précédente. De la simple Tendance *au Mouvement, & des* Forces Mortes.

46. Voilà donc desormais tous les Mouvemens réduits à la même loi, eu égard aux Forces Motrices dont

ils résultent, ou qu'ils expriment. Leur communication dans les corps fléxibles & à ressort, ne nous fera plus imaginer une autre espece d'Estimation, ni conclure une autre valeur pour cette Force, que dans les corps infléxibles & sans ressort. Toute la différence ne consistera qu'en ce que dans les uns la communication est successive, & que dans les autres elle est instantanée. Ce qui produit cette succession dans les uns, & cette instantaneité dans les autres, est, comme nous l'avons dit (N°. 16. & 28.) tout-à-fait étranger à leur Force Motrice; il ne peut donc apporter de changement qu'à l'ordre de sa distribution, & nullement à sa quantité ou à sa valeur. En un mot, la chaîne de nos raisonnemens sur la mesure des Forces n'est plus interrompue, & elle nous conduit toûjours au même but dans tous les cas, sans en excepter la simple *Tendance*, ou le repos, en tant qu'il résulte de l'équilibre, ou du conflict des Forces contraires.

47. Cependant il faut prendre gar-

de, comme on l'a toûjours remarqué, & long-temps avant qu'il fût question des *Forces Vives*, & des *Forces Mortes*, que le simple effort momentanée de la Tendance, & des Puissances contraires, dans l'équilibre, ne peut, en un sens, être comparé à l'effort de la Percussion, & au choc des corps mous ou fléxibles tels qu'ils éxistent dans la Nature. La raison en est bien évidente par nos principes, & je ne vois pas sur quel fondement on a tant fait valoir cette différence en faveur de l'opinion nouvelle. L'effet de la Percussion dans ces corps résulte d'une vîtesse actuellement finie, & celui de la simple Tendance consiste dans zero de vîtesse, ou dans une vîtesse infiniment petite; l'effet de la Percussion est produit & mesuré dans une suite infinie d'instans qui font un temps fini, & la simple Tendance est conçûë & mesurée dans tout instant indivisible quelconque de sa durée. Elle est donc à la Percussion comme le zero au fini, ou comme le point à la ligne.

48. Mais si dans la Tendance on intégre une Suite infinie d'instans de sa durée égale à la durée finie de la Percussion, la Tendance, & la Percussion seront analogues. Et si les premiers ou les derniers termes des deux Suites, égaux entre eux, le sont au dernier terme de celle de la Percussion, leurs sommes seront l'une à l'autre, comme l'espace parcouru par un Mouvement uniforme en un temps, à l'espace parcouru par un Mouvement retardé ou accéléré, dont la durée auroit été le même temps. Car l'effort de la Tendance est constant, & celui de la Percussion croissant ou décroissant, il passe par zero, où il s'y termine, selon qu'on le conçoit actif ou passif. De sorte que si l'on exprime les espaces parcourus d'un Mouvement retardé ou accéléré par la somme des ordonnées *mi*, *mi*, &c. d'un triangle rectangle *ABC*, dont la base, *BC*, soit proportionnelle à la vîtesse initiale ou finale, & la perpendiculaire *AB*, à la somme des instans *i*, *i*, &c. la Percussion pourra

Fig. 7.

être repréſentée par ce triangle, & la Tendance, par un parallelograme *BCED*, de même baſe, & de même hauteur. C'eſt ainſi à peu près qu'un homme eſt auſſi épuiſé de Forces, pour avoir ſoutenu un poids pendant un certain temps, que pour l'avoir tranſporté ou lancé bien loin. Fig. 7.

49. La Percuſſion ſera encore comparable à la ſimple Tendance dans le choc des corps infiniment durs & infléxibles; par ce que leur colliſion eſt inſtantanée. Elle le ſera de même dans le choc des corps fléxibles, ſi l'on ne la conſidere que dans un de ſes inſtans, par exemple dans l'inſtant final; car alors, à proprement parler, on ne compare que la derniere ordonnée du triangle à une ordonnée du parallelograme ſur l'axe commun *AD*. Et c'eſt par là que les Formules du choc des corps élaſtiques, pour leurs vîteſſes après le choc, ſont les mêmes dans les deux hypotheſes, ſoit des Forces comme les ſimples vîteſſes, ſoit des Forces comme les quarrés des vîteſſes. C'eſt

sans doute encore dans cette idée que le *P. Mersenne*, *le Cazre*, &c. & en dernier lieu deux Autheurs fameux par leurs expériences Physiques ont essayé de mesurer la Percussion par la chûte d'un corps contre le bras d'une balance, à l'autre bras de laquelle est suspendu un poids en repos; c'est-à-dire, par analogie avec la simple Pesanteur. En quoi cependant il seroit difficile qu'ils eussent rien trouvé d'éxact, tant à cause des frottemens ausquels cette expérience est sujette, que parce que l'énergie du choc, ou son impression sur l'un des bras de la balance éxigent un temps fini, pendant lequel le poids en repos de l'autre bras recevra toûjours quelque Mouvement, en raison inverse de sa masse, quelque grande qu'elle soit par rapport au corps choquant. Car la plus petite Percussion doit vaincre la plus grande Puissance finie, qui lui résiste sans Mouvement local; ainsi que l'avoit très-bien remarqué, & très-clairement expliqué le sçavant *Borelli*, il y a plus de 50 ans, dans

son Traité de la Percussion. *C.* 29. *Pr.* 90.

50. Enfin la simple Tendance, & le Mouvement actuel peuvent être comparés dans leurs Compositions & leurs Décompositions, comme nous l'expliquerons bientôt, & en ce que l'analogie des Forces en équilibre, ou en action, est la même de part & d'autre. Je veux dire, par exemple, que si les trois Puissances, *X*, *Y*, *Z*, tirent ou poussent un même point *P*, qu'elles tiennent en repos par leur équilibre, & en vertu de leurs directions *XP*, *YP*, *ZP*, trois Mobiles qui se choquent selon les mêmes directions, doivent avoir la même analogie de Mouvemens entre eux, que celle de ces Puissances, pour demeurer en repos après le choc, s'ils sont exempts de ressort, ou pour rejaillir avec les mêmes vîtesses qu'avant le choc, s'ils ont du ressort. *Fig.* 1.

51. Mais comment les loix de la simple Tendance au Mouvement ne seroient-elles pas les mêmes en géné-

ral, que celles du Mouvement actuel? Toute Tendance, toute *sollicitation* au Mouvement, la Pesanteur, les Attractions magnetiques, & électriques, ne sont-elles pas l'effet, ou ne peuvent-elles pas tout au moins être conçûës comme l'effet de quelque Mouvement? Je dis plus, *l'Inertie* de la matiere, quelle qu'en soit la cause, cette résistance, plus ou moins grande, qu'elle apporte à être tirée du repos, & à recevoir un Mouvement fini, en raison de sa masse, ne peut-elle pas à la rigueur être conçûë comme l'effet de quelque Mouvement? Du moins, & incontestablement doit-elle être conçûë comme une Force actuelle, qui agit par quelque Mécanisme qui nous est caché. Mais si c'est une Force, la *Masse*, dans le sens que nous l'employons en parlant du Mouvement, & de sa quantité, est elle-même une véritable Force, ou tient lieu d'une véritable Force. Car quand je dis qu'on a d'autant plus de peine à tirer un corps du repos, & à le faire mouvoir avec une

certaine vîteſſe, qu'il a plus de Maſſe; quand j'ajoute que les poids des corps ſont comme leurs Maſſes, que leurs Forces ſont encore comme ces mêmes Maſſes multipliées par la vîteſſe, & toutes les autres propoſitions ſemblables, ou je n'attache aucune idée à ce que je dis, & au mot de Maſſe, ou j'y attache l'idée d'une Force capable de modifier celle qui eſt extérieurement appliquée au corps, pour le mouvoir, ou pour l'arrêter. Sans cela la Maſſe ne ſeroit pas plus capable de s'oppoſer à l'action de la Force extérieure, ou de concourir avec elle pour en augmenter l'effet, que le volume, ou la couleur, ou telle autre dénomination accidentelle des corps. En un mot, une Force ne peut être augmentée, modifiée, ou détruite, que par une autre Force, par un être ſemblable & de même nature qu'elle.

52. Cela poſé il eſt clair que ce que nous appellons communément la Force d'un corps en Mouvement, n'eſt pas une quantité ſimple ou li-

neaire, mais un véritable produit de deux facteurs analogues, un rectangle de deux Forces, sçavoir, celle que nous exprimons par le mot de Masse, & que nous imaginons comme intrinseque au Mobile, & celle que nous appellons plus particulierement Force, & qui est censée lui venir du dehors par le choc, & en vertu de quelque transport actuel, & visible, eú égard aux corps qui l'environnent. Sur ce pied là, la simple Tendance, la Pesanteur, la Pression, & la *Force Morte*, toûjours relatives, ou à la seule Masse, ou au seul effort momentanée de quelque choc invisible qui agit constamment, & qui est répété à chaque instant, seront encore au Mouvement local, & à la Percussion d'une durée finie, comme le zero ou l'infiniment petit au fini, ou comme la ligne à son produit par une autre ligne, ou à la surface. Sans préjudice à la comparaison qu'on en peut toûjours faire en un autre sens, sçavoir, en ne les considerant que dans quelque instant commun & indivisi-

ble, comme dans le choc des corps infiniment durs. Ainsi que nous l'avons expliqué dans les Articles précédens.

53. On voit par là jusqu'où la distinction des Forces, en *Forces Mortes*, & en *Forces Vives* pourroit être utile, si l'on n'avoit attaché à ces dernieres une idée de quantité tout-à-fait différente, de celle que nous avons demontré devoir être assignée à toute Force Motrice. Mais après les disputes qu'il y a eû sur cette matiere, & la contrarieté de sentimens qui les ont fait naître, ce seroit abuser des termes que de se servir de celui de *Forces Vives*, pour ne dire que ce qu'on a fort bien dit jusqu'ici sans cela, & pour exprimer toute autre chose que ce que lui ont fait signifier ceux qui en sont les Inventeurs. Ce seroit laisser croire qu'il ne s'agit dans toute cette dispute que d'une Question de Nom, tandis qu'elle roule sur la chose même, & nous contenter d'une conciliation apparente, au lieu de la conciliation réelle que nous y avons

cherchée inutilement, & qu'en effet nous n'y sçaurions trouver.

X I.

De la Décomposition *des Forces, & des vîtesses.*

54. On a prétendu encore tirer grand avantage pour les Forces Vives de la Décomposition des Forces & du Mouvement dans le choc oblique des corps ; parce qu'en effet, & en général, la somme des Décompositions se trouve plus grande, & souvent comme le quarré de la Force primitive décomposée, ou de la vîtesse. C'est un point de recherche, qui peut sans doute avoir ses difficultés, & qui par lui-même est très-digne de l'attention des Sçavans ; mais on va voir, par le peu que nous en dirons ici, qu'il n'influë en rien contre l'Estimation ordinaire des Forces & du Mouvement.

55. Premierement on sçait que la

Compoſition ou le produit de plu-ſieurs Facteurs différe en quantité de leur ſomme, ou de la ſimple Addi-tion. Ainſi les nombres 1, 2, 3, 4, en qualité de Facteurs produiſent 24, & leur ſomme n'eſt que 10, tandis que 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, en qualité de Fac-teurs ne produiſent que $\frac{1}{24}$, & que leur ſomme eſt $\frac{50}{24}$. Où eſt donc la contradiction, qu'une Force quel-conque étant conſiderée dans le Mou-vement total du corps où elle réſide, comme produit, ne ſoit pas la même que ce qu'on la trouve dans la ſom-me de ſes Facteurs, quand elle vient à être décompoſée ?

56. Secondement la Compoſition, & la Décompoſition des Forces qu'on appelle *Mortes* ou des ſimples Ten-dances, ne différe point en cela de la Compoſition, & de la Décompoſi-tion du Mouvement actuel, comme nous l'avons déja remarqué dans l'Ar-ticle des *Forces Mortes* (N°. 50.). Cette conſideration eſt une des pre-mieres qui m'a fait ſuſpendre mon jugement ſur les *Forces Vives*, malgré *Fig. 6. & 9.*

les sçavans hommes que je voyois se déclarer pour elles ; & il en a été fait mention dans l'Histoire de l'Académie de 1721 *. Je remarquai dès-lors qu'il en étoit de même de plusieurs points ou nœuds d'une corde tirés à la fois par plusieurs Puissances auxquelles une seule fait équilibre, que de plusieurs ressorts bandés successivement par un seul Mobile. Car soit la corde *ANOEQ* tirée par 5 Puissances en équilibre, *A*, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par les points ou nœuds *N*, *O*, *E*. Il est évident que chacune de ces Puissances en particulier soutient l'effort de toutes les autres, quelles que soient leurs valeurs, & leur somme. Ainsi par le moyen des directions selon lesquelles on les fait agir, il est possible, & par des Regles très-connuës, de trouver une de ces Puissances, *A*, par éxemple, qui vaille 2, & qui fasse équilibre aux 4 autres, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, dont la valeur en particulier soit 1, & la somme 4. Ce qui revient au Cas des 4 ressorts ci-dessus (N°. 42.) que le Mobile *A*

* pag. 85.

bande successivement par un Mouvement oblique, surmontant par là avec 2 degrés de Force ou de vîtesse 4 obstacles, *R*, *E*, *S*, *T*, qui pourroient chacun en particulier consumer toute la Force d'un Mobile de même masse, qui n'en auroit qu'un degré. Car la corde tenduë, ou ses parties, *AN*, *NO*, *OE*, *EQ*, doivent avoir les mêmes directions entre elles, ou faire les mêmes angles que les chemins que suit le Mobile *A*, pour bander les ressorts, *R*, *E*, *S*, *T*; & les directions *NX*, *OY*, *EZ*, *EQ*, des puissances, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par rapport aux portions de la corde, *NO*, *OE*, *EQ*, *EZ* auxquelles elles sont perpendiculaires, repondent encore à la direction selon laquelle se doit mesurer l'effort du Mobile *A*, contre les ressorts, *R*, *E*, *S*, *T*. Donc on n'est pas plus fondé à conclure que le Mobile *A* avoit 4 degrés de Force, de ce qu'il a bandé ces 4 ressorts, qu'à dire que la Puissance *A* a 4 degrés de Force, de ce qu'elle fait équilibre à 4 autres Puissances dont la

ſomme vaut 4 degrés de Force. Et il ne faut pas objecter que la Puiſſance *A* ne fait proprement équilibre qu'à deux, *X*, *O*, ou plûtôt aux trois *X*, *Y*, *E*, les deux dernieres des trois, *Y*, *E*, réüniſſant leur effort au point *O*, comme les deux dernieres des quatre, *Z*, *Q*, réüniſſent le leur au point *E*; car je répondrai auſſi que dans chaque inſtant du choc, & du bandement des reſſorts, le Mobile *A* ne fait que des efforts proportionnels à ſa Force & à ſa viteſſe actuelles, & que les trois premiers *R*, *E*, *S*, étant bandés au premier temps de la durée de ſon action, le dernier ne l'eſt qu'au ſecond temps, ainſi qu'il a été expliqué dans cet endroit du Memoire.

57. J'avouë cependant que pour bien entrer dans l'eſprit des *Forces Vives*, il faudra remarquer ici une différence, qui eſt, que dans le cas du Mouvement actuel, & des 4 reſſorts, la valeur 1, de la Force de chaque reſſort, ou de chacun des obſtacles ſurmontés, doit être conſiderée

comme

comme un quarré, ou 1^2. Au lieu que dans le cas de la ſimple Tendance, ce n'eſt que 1 lineaire pour chacune des puiſſances *X*, *Y*, *Z*, &c. D'où il arrive, comme nous le dirons plus bas, que d'autres valeurs aſſignées à la puiſſance *A*, donneroient la ſomme des *X*, *Y*, *Z*, &c. en raiſon double ſimplement avec elle, & non pas comme ſon quarré. Mais cette différence ne nous importe en rien pour la conſéquence que nous avons prétendu tirer de la comparaiſon des deux cas. Il ſuffit que les Décompoſitions quelconques d'une Force la ſurpaſſent, & donnent une ſomme plus grande que leur produit conſideré dans la Force même, dans un cas où inconteſtablement les *Forces Vives* n'ont point lieu, pour infirmer tout ce qu'on en veut déduire en faveur des *Forces Vives*.

58. Troiſiémement la circonſtance des temps ſe mêle encore ici, & fournit le dénoüement des principales difficultés qui s'y rencontrent. Elle entre viſiblement dans les Décompo-

ſitions ſucceſſives, ou plûtôt ces Décompoſitions, & les effets du choc ne ſont qu'une ſeule & même choſe (N°. 42). Et à l'égard de celles qui ſe font à la fois, ou en un temps infiniment petit, en vertu d'un reſſort infiniment prompt, la diſtinction des temps y entre encore par rapport au centre commun de Gravité des Mobiles, & au tranſport de matiere qui en réſulte de même part. Car ſuppoſons la boule *X*, qui ſoit un reſſort parfait, mûe ſelon la direction *XR*, avec une vîteſſe qui lui faſſe parcourir en une ſeconde de temps le chemin *x R*, ou la Diagonale d'un parallelograme *x E R F*. Suppoſons de plus que la boule *X* étant parvenuë en *x*, y rencontre deux autres boules ſemblables, *y*, *z*, ſelon les directions *x E*, *x F*, des côtés du parallelograme, qui comprennent l'angle *E x F*. Pour plus de ſimplicité, imaginons que cet angle eſt droit, & que le parallelograme *x E R F* ſe réduit à un quarré. On ſçait qu'en ce cas la boule *X* s'arrêtera en *x*, & que ſon Mou-

Fig. 10.

vement *x R* ſe trouvera décompoſé en ces deux ci *x E*, *x F*, tels que chacune des boules *y*, *z*, parviendra en une ſeconde de temps à l'extrêmité, *E*, ou *F*, du côté du parallelograme, c'eſt-à-dire, à la ligne *EKF*, par rapport au tranſport de *x* vers *R*, ou à la direction primitive ; ce qui donne leur centre commun en *K*. Mais dans un temps ſemblable la boule *X* ſeroit parvenuë en *R*, & auroit fait le chemin *x R* = 2 *x K*, ou, ce qui eſt la même choſe, il faudroit deux ſecondes de temps aux boules *y*, *z*, pour faire un pareil chemin vers *G R H*. Donc la loi des Mouvemens ſimples eſt encore ici gardée à cet égard, & il faut deux fois autant de temps à une même Force primitive pour tranſporter de même part deux maſſes égales, que pour en tranſporter une ſeule.

59. Enfin je prends garde que ce ne ſont pas ſeulement les Forces, qui dans leur Décompoſition ſe trouvent faire une ſomme plus grande que la primitive, & quelquefois en raiſon

du quarré des vîtesses : les vîtesses elles-mêmes sont dans ce cas. Car je puis, faisant abstraction de tout autre objet, imaginer que la vîtesse primitive exprimée par xR, est décomposée en ces deux, xE, xF, qui expriment celles des boules y, z, & dire par conséquent, que la vîtesse avant le choc étant comme xR, ou $\sqrt{xR^2}$ ou $\sqrt{1} = 1$, est devenuë après le choc comme $xE + xF$, ou $2\sqrt{\frac{xR^2}{2}}$, ou $2\sqrt{\frac{1}{2}} > 1$. De même si dans l'Article ou N°. 42. & à la place des 4 ressorts R, E, S,
Fig. 11. T, & dans les mêmes circonstances je mets 4 boules, R, E, S, T, égales à la boule A qui les vient frapper en a, b, c, d, sous des directions Aa, ab, bc, cd, telles que la mesure du choc ae, bf, cg, cd, soit toûjours égale à $\frac{1}{2} Aa$, elles iront toutes quatre après le choc avec 1 degré de vîtesse chacune, exprimé par les chemins $RG = ae = \frac{1}{2} Aa$, $EH = bf = ae$, $SI = cg = bf$, & $TK = cd = cg$. Faudra-t-il conclu-

re de là qu'il y avoit dans la Nature 4 degrés de vîtesse avant le choc, qu'ils étoient cachés dans la vîtesse de la boule *A*, & qu'ils n'ont fait que se developper, & se manifester par le choc? Non sans doute; car la boule *A* unique sujet du Mouvement avant le choc, n'avoit par hypothese, que 2 degrés de vîtesse. Je vois bien qu'on dira que ce ne sont point 4 degrés de vîtesse après le choc, mais seulement 4 vîtesses en des masses différentes. Mais je réponds de même, que les Forces décomposées après le choc, ne sont pas 4 degrés de Force, comme ç'en étoit 2 avant le choc, mais 4 Forces prises séparément, & qui résident en 4 masses différentes. Et si l'on insiste sur ce que la vîtesse n'est à proprement parler, que l'effet ou l'indice de la Force, ou si l'on veut, la Force elle-même vûë sous un aspect différent; je demande pourquoi cet effet, cet indice de la Force, ou la Force elle-même exprimée par la vîtesse, ne se trouve-t-elle ici primitivement que comme la racine de ses

Décompositions en même genre, elle qu'on veut qui soit comme le quarré, ou comme ces Décompositions, quand on la considere sous un autre aspect, & plus particulierement comme Force ? Mais ce qui leve entierement la difficulté, & dont nous avons déja touché quelque chose (N°. 57.) en parlant des simples Tendances, c'est que la vîtesse *Aa*, par exemple, ne donne dans ses Décompositions *RG*, *EH*, &c. une somme égale à son quarré, que dans le cas où l'hypotenuse *Aa*, du triangle *Aea*, est double de la perpendiculaire *ae*, & où ce rapport est exprimé par les nombres 2 & 1 ; à cause de la proprieté accidentelle du nombre 2, dont le double 4 est égal à son quarré, & de celle de l'unité, qui est toûjours 1 à toutes ses puissances. Car si l'on prend, par exemple, 1 & $\frac{1}{2}$, 4 & 2 à leur place, on trouvera que les vîtesses décomposées font une somme double, par rapport à la primitive. D'où il est clair, que l'expression des Forces & des vîtesses dans ce cas, en

tant que ramenée en preuve pour les *Forces Vives*, n'eſt pas identique, & que cependant la comparaiſon que nous venons d'en faire, n'en eſt pas moins juſte par rapport à notre but. Puiſque s'il faut conclure qu'une Force étoit primitivement comme le quarré de ſa vîteſſe, de ce que la ſomme de ſes Décompoſitions en des temps quelconques, eſt proportionnelle à ce quarré, il n'en faudra pas moins dire, dans un cas tout ſemblable, que la vîteſſe primitive, qui, par hypotheſe, a une certaine valeur, doit pourtant être meſurée par une valeur double, à cauſe que ſes Décompoſitions la donnent telle. Ce qui eſt également abſurde.

XII.

Concluſion, & Recapitulation de cet Ouvrage.

60. Il réſulte donc de toutes nos remarques, que la Force Motrice des

corps n'eſt jamais en elle-même, ni dans ſes effets en général que proportionnelle à la ſimple vîteſſe ; c'eſt-à-dire, aux eſpaces parcourus diviſés par le temps, commune meſure de l'action de toute Force Motrice ; &
N°. 3. 7. 14. 17. 22. &c. 46. de ſa quantité. * Et que ſi quelques-uns de ſes effets, tels que les eſpaces parcourus dans le Mouvement accéleré ou retardé, les parties de matiere déplacées, ou les reſſorts applatis par le choc & la colliſion mutuelle
N°. 11. 12. 13. des corps, paroiſſent la donner * comme les quarrés de la vîteſſe, ce n'eſt que parce que dans tous ces cas, la Force qui agit à chaque temps en raiſon de la vîteſſe actuelle, ſelon la Loi générale des Mouvemens, agit auſſi d'autant plus de temps qu'elle eſt plus grande, ſelon la Loi particuliere des
* 26. Mouvemens retardés. * Ainſi les effets d'une Force double par rapport à une autre, ne ſont jamais quadruples, que parce que la durée de ſon action, dans la production de ſes effets eſt double par rapport à la durée
* 28. 29. de l'action de cette autre. * Et la du-

rée de ſon action n'eſt double, que parce que le Mobile ſéjourne la moitié moins de temps ſur chacun des obſtacles ſemblables qui lui réſiſtent; * & cela encore par le princi- *30.
pe, que toute réſiſtance diminuë d'autant moins la Force qui s'exerce contre elle, qu'elle lui eſt appliquée moins de temps. * Car toute Force, * 32.
& tout Mouvement, conſiderés ſeuls & en eux-mêmes, devroient durer toûjours, & produire par là des effets ſans fin, un eſpace parcouru infini; * c'eſt leur nature. Il faut donc * 33.
des impulſions ou des Forces contraires pour les détruire, & ils doivent durer d'autant plus, ou être détruits d'autant plus tard par ces Forces contraires, qu'ils ſont plus grands par rapport à elles, & plus loin en ce ſens du terme oppoſé, l'*Inertie*, * & * 37.
le repos; ce qui n'eſt pas moins encore de leur nature. Les effets quadruples en un temps double ne ſont donc qu'indiquer & manifeſter une Force double, & il faudroit qu'ils fuſſent octuples, ou comme le cube

de la vîtesse, pour indiquer une For-
ce quadruple, ou comme le quarré
* 35. de la vîtesse. * C'est là la Loi & la vé-
ritable mesure des Forces, tirée de
leurs effets mêmes, en tant qu'elles
se soutiennent, & qu'elles persévè-
rent dans leur action. Leur mesure
en tant qu'elles s'y consument, &
qu'elles périssent, ne nous en donne-
nera pas une évaluation différente.
* 36. 38. * La somme des espaces non parcou-
40. rus, des parties de matiere non dé-
placées, des ressorts non bandés, &
qui l'auroient été, si la Force n'eût
point diminué & péri, en un mot
tous les effets analogues à ses pertes,
à ses valeurs négatives & successive-
ment retranchées, & par conséquent
proportionnels à elle-même, le sont
* 43. 44. à la simple vîtesse. * Quant à la dis-
45. tinction des *Forces Mortes* & des *For-
ces Vives*, ou, selon nous, de la sim-
ple Tendance, & du Mouvement
actuel, nous avons montré jusqu'où
* 47. 52. elle étoit recevable ; * en quoi ces
53. deux sortes de Forces bien entenduës
différoient entre elles, & en quoi

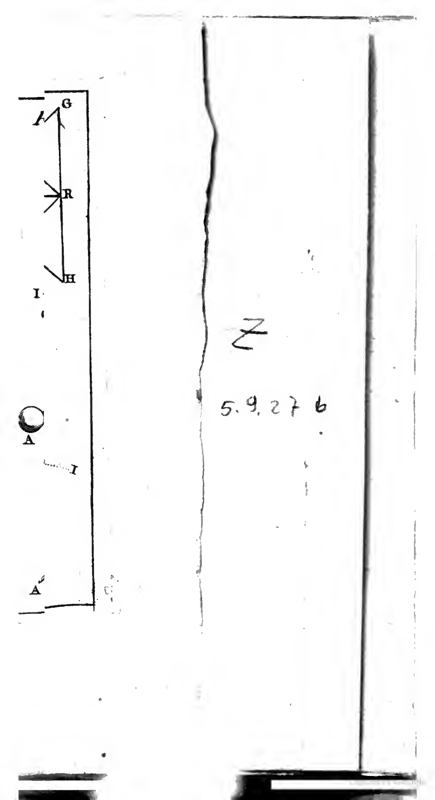
elles étoient de même genre , ſans qu'on en pût rien conclure de favorable à l'opinion nouvelle. * Enfin la Décompoſition des Forces & des Mouvemens , qui garde toûjours la même analogie , & les mêmes rapports que la Décompoſition des ſimples Tendances , & des vîteſſes , * ne nous permet plus de douter que la Nature ne ſoit parfaitement uniforme ſur cet article , comme elle l'eſt preſque toûjours dans la partie eſſentielle de ſes Phénomenes.

* 48. 49. 50. 51.

* 54. &c. 59.

FIN.

108



G
R
H
I
A
I
A


MC